代数序論Ａ（第11回・2009/06/25）小テスト

学籍番号		氏名	

[1] **(群の定義)** 空でない集合 G 上に二項演算

$$f: G \times G \longrightarrow G, \quad (a, b) \longmapsto a \circ b := f(a, b)$$

が定義され，次の3つの条件

(G1)[**結合法則**], **(G2)**[**単位元の存在**], **(G3)**[**逆元の存在**]

を満たすとき $(G, \circ)$ を**群** (group) という：

(G1) $\boxed{}$

(G2) $\boxed{}$

(G3) $\boxed{}$

[2] 群 G が $\boxed{}$ を満たすとき，

G は**可換群**または**アーベル群**と呼ばれる．

[3] 群 G が乗法群 $(G, \cdot)$ の場合には，$a \in G$ の逆元は $\boxed{}$ と書かれる．

また，G が加法群 $(G, +)$ の場合には，$a \in G$ の逆元は $\boxed{}$ と書かれる．

[4] 群 $(G, \circ)$ の元の個数のことを，群 G の $\boxed{}$ といい，$|G|$ 又は $\#G$ で表す．

群 G は，$|G| < \infty$ のとき**有限群**，$|G| = \infty$ のとき**無限群**と呼ばれる．

[5] 群 G に対して，G 自身と $\{1\}$ は (定義から) 必ず G の部分群となっている．この2つの部分群を，$\boxed{}$ と呼ぶ．また，単位元のみからなる群 $(\{1\}, \cdot)$ は，**自明群**と呼ばれる．

[6] 2つの有限群 $(G, \circ)$, $(G', \star)$ が，元の名前と順番を適当に変更して，同じ形の群表を持つとき，

群 G と群 G' は $\boxed{}$ (isomorphic) であるといい，$G \cong G'$ と表す．

[7] $G_1 = \{(1), a, b, c\}$, $G_2 = \{(1), b, d, e\}$, $G_3 = \{(1), b, f, g\}$,

$$a = (1\,2\,3\,4),\ b = (1\,3)(2\,4),\ c = (1\,4\,3\,2),\ d = (1\,3),\ e = (2\,4),\ f = (1\,2)(3\,4),\ g = (1\,4)(2\,3)$$

とすれば，$(G_1, \circ)$, $(G_2, \circ)$, $(G_3, \circ)$ は群であり，$G_3 \cong \boxed{}$ である (G_3 以外を答えること)．