

代数序論 A (第3回・2010/04/22) 小テスト

学籍番号		氏名	
------	--	----	--

[1] 5文字 {1, 2, 3, 4, 5} の置換

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

に対して, 次の積(合成)を計算せよ. 但し, 答えは以下の  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \boxed{\phantom{?}} & \phantom{?} & \phantom{?} & \phantom{?} & \phantom{?} \end{pmatrix}$  に書き込むこと.

(i)  $\sigma \circ \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \phantom{?} & \phantom{?} & \phantom{?} & \phantom{?} & \phantom{?} \end{pmatrix}$

(ii)  $(\sigma \circ \tau) \circ \rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \phantom{?} & \phantom{?} & \phantom{?} & \phantom{?} & \phantom{?} \end{pmatrix}$

(iii)  $\sigma \circ (\tau \circ \rho) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \phantom{?} & \phantom{?} & \phantom{?} & \phantom{?} & \phantom{?} \end{pmatrix}$

[2] 次の置換のサイクル分解 (=共通の数字を含まない巡回置換の積) を求めよ. 但し, 答えは巡回置換  $(1 \boxed{\phantom{?}})$  から始めることとし, 動かない文字は省略すること.

(i)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix} = (1 \phantom{?})$

(ii)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} = (1 \phantom{?})$

(iii)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 6 & 1 & 2 & 7 & 4 \end{pmatrix} = (1 \phantom{?})$

[3] 次の積を計算せよ. 但し, 答えは巡回置換  $(1 \boxed{\phantom{?}})$  の形で書くこと.

(i)  $(123) \circ (345) = (1 \phantom{?})$

(ii)  $(12345) \circ (567) = (1 \phantom{?})$

(iii)  $(12345) \circ (14523) = (1 \phantom{?})$

[4] (前問の (i),(ii) の様に) 巡回置換  $(12 \cdots n)$  はどこで切っても巡回置換の積  $(12 \cdots r-1 r) \circ (r r+1 \cdots n-1 n)$  と等しくなることを示せ. (=証明をする)