

代数序論 B (第3回・2010/04/22) 小テスト

学籍番号		氏名	
------	--	----	--

[1] 5文字 {1, 2, 3, 4, 5} の置換

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

に対して, 次の積(合成)を計算せよ. 但し, 答えは以下の $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \boxed{} & & & & \end{pmatrix}$ に書き込むこと.

(i) $\sigma \circ \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ & & & & \end{pmatrix}$

(ii) $(\sigma \circ \tau) \circ \rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ & & & & \end{pmatrix}$

(iii) $\sigma \circ (\tau \circ \rho) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ & & & & \end{pmatrix}$

[2] 次の置換のサイクル分解(=共通の数字を含まない巡回置換の積)を求めよ. 但し, 答えは巡回置換 $(1 \boxed{})$ から始めることとし, 動かない文字は省略すること.

(i) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix} = (1)$

(ii) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = (1)$

(iii) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 1 & 3 & 7 & 2 & 6 \end{pmatrix} = (1)$

[3] 次の積を計算せよ. 但し, 答えは巡回置換 $(1 \boxed{})$ の形で書くこと.

(i) $(123) \circ (345) = (1)$

(ii) $(1234) \circ (456789) = (1)$

(iii) $(12345) \circ (14253) = (1)$

[4] (前問の (i),(ii) の様に) 巡回置換 $(12 \cdots n)$ はどこで切っても巡回置換の積 $(12 \cdots r-1 r) \circ (r r+1 \cdots n-1 n)$ と等しくなることを示せ. (=証明をする)