

## 代数序論 B (第9回・2010/06/10) 小テスト

学籍番号		氏名	
------	--	----	--

- 集合  $X$  の元  $x \in X$  に対する命題  $P(x)$  の否定を  $\neg P(x)$  と書く .

命題  $P(x)$  とその否定  $\neg P(x)$  は真か偽かが正反対になっており,  $P(x)$  または  $\neg P(x)$  のどちらかが成り立つ . また, 否定には次のような関係がある ( $\leftarrow P(x)$  の中にくり返し「任意の」「存在する」が出てくることもあるので注意)

$$R(x) : \text{ある } x \in X \text{ が存在して, } \boxed{P(x) = \neg Q(x)} \text{ が成り立つ; } \quad \exists x \in X(P(x))$$

否定↑      ↓否定      否定↑      ↓否定

$$\neg R(x) : \text{任意の } x \in X \text{ に対して, } \boxed{\neg P(x) = Q(x)} \text{ が成り立つ; } \quad \forall x \in X(\neg P(x))$$

$R(x)$  の否定 ( $\neg R(x) = R(x)$  でない) を,  $R(x)$  の文章の最後に「でない」をつけて, 「ある  $x \in X$  が存在して,  $P(x)$  でない」としたら (一般に) 間違いとなる . ( $\leftarrow$  授業で解説する)

以下では, 練習のために次のように約束する (上記の下線部参照) :

- (i) 「~でない」という表現は使用禁止;
- (ii) 「任意の」「存在する」を使って答える .

[1] (練習) 3つの箱  $A, B, C$  の中に 3種類の図形 (三角形, 四角形, 星形) が入っており, それぞれが白, 黄色, 赤のいずれかに塗られているとする . それぞれの図形の集まりを  $X$  とする . つぎの命題  $P(x)$  の否定  $\neg P(x)$  を文章で答えよ .

- (1) 「 $P(x)$  : 任意の図形  $x \in X$  は三角形である」の否定  $\neg P(x)$  は,

$$\neg P(x) :$$

- (2) 「 $P(x)$  : 任意の三角形  $x \in X$  は白である」の否定  $\neg P(x)$  は,

$$\neg P(x) :$$

- (3) 「 $P(x)$  : ある箱が存在して, (中の) 任意の星形  $x \in X$  は黄色である」の否定  $\neg P(x)$  は,

$$\neg P(x) :$$

[2] 実数列  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  が単調増加であるとは,

「任意の  $n \in \mathbb{N}$  に対して,  $a_n \leq a_{n+1}$  が成り立つ」ことである . よって, その否定「実数列  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  が単調増加でない」とは,

[3] 実数列  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  が上に有界であるとは,

「ある実数  $M \in \mathbb{R}$  が存在して, 任意の自然数  $n \in \mathbb{N}$  に対して,  $a_n \leq M$  が成り立つ」ことである . よって, その否定「実数列  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  が上に有界でない」とは,