代数序論A（第4回・2011/06/02）小テスト2

学籍番号		氏名	

●「関数」の概念を一般の集合 (=ものの集まり，数の集まりである必要はない) 上に一般化することで「写像」の概念が得られる．

定義 (写像)． X, Y を空でない集合とする．X の任意の元 (=要素) $x \in X$ に Y の元 $y = f(x) \in Y$ を対応させる規則 (ルール) f のことを X から Y への写像 (map) といい，$f : X \longrightarrow Y$ とかく．特に，各元の対応を表すときには,

$$\begin{array}{cccc} f : & X & \longrightarrow & Y, \\ & \cup\!\!\!\shortmid & & \cup\!\!\!\shortmid \\ & x & \longmapsto & y = f(x), \end{array} \qquad f : X \ni x \longmapsto y = f(x) \in Y, \qquad f : X \longrightarrow Y,\ x \longmapsto y = f(x)$$

等と書く．特に，X, Y が $\mathbb{R}$ や $\mathbb{C}$ など数の場合には**関数**と呼ぶ．($\leftarrow$ 二種類の矢印 ($\longrightarrow$, $\longmapsto$)，コロン (:) の使い方には十分に注意すること．例えば，コロン (:) をセミコロン (;) にしてはいけない.)

[1] X, Y を空でない集合とする．次の $\boxed{}$ を埋めて全射, 単射, 全単射の定義を完成させよ．

(i) 写像 $f : X \to Y$ が**全射**であるとは,

任意の $\boxed{}$ に対して, $\boxed{}$ となる $\boxed{}$ が存在することである．

(ii) 写像 $f : X \to Y$ が**単射**であるとは,

任意の $\boxed{}$ に対して, $\boxed{}$ ならば $\boxed{}$ が成り立つことである．

(iii) 写像 $f : X \to Y$ が**全単射**であるとは, $\boxed{}$ かつ $\boxed{\text{単射}}$ であること．

[2] 次の $\boxed{}$ に $\boxed{\text{ある}}$ または $\boxed{\text{ない}}$ を入れよ．

但し，どちらも適さない場合には $\boxed{\times}$ と答えること．

(i) 写像 $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ は単射で $\boxed{\text{なく}}$, 全射で $\boxed{}$ ．従って，全単射で $\boxed{\text{ない}}$ ．

(ii) 写像 $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^3$ は単射で $\boxed{\text{あり}}$, 全射で $\boxed{}$ ．従って，全単射で $\boxed{}$ ．