

代数序論 B (第 10 回・2011/07/14) 小テスト

学籍番号		氏名	
------	--	----	--

[1] (群の定義) 空でない集合 G 上に

$$f : G \times G \longrightarrow G, \quad (a, b) \longmapsto a \circ b := f(a, b)$$

が定義され, 次の 3 つの条件を満たすとき (G, \circ) を群 (group) という:

(G1) 結合法則

(G2) 単位元の存在

(G3) 逆元の存在

[2] 群 G が加法群 $(G, +)$ の場合には, $a \in G$ の逆元は $-a$ と書かれる. また, G が乗法群 (G, \cdot) の場合には, $a \in G$ の逆元は と書かれる. ($\frac{1}{a}$ ではない.)

[3] 群 G の単位元を 1 とかくと, (部分群の定義から) G 自身と $\{1\}$ は G の部分群となる. この 2 つの部分群を, な部分群と呼ぶ. また, 群 $\{1\}$ は自明群と呼ばれる.

[4] 2 つの群 $(G, \circ), (G', \star)$ に対して, 写像 $f : G \rightarrow G'$ は

を満たすとき準同型写像と呼ばれ, な準同型写像を同型写像という.

同型写像 $f : G \rightarrow G'$ が存在するとき, 群 G と G' は (英語では isomorphic) で

あるといい, と表す.

G, G' がともに有限群の場合には, これは元の名前と順番を適当に変更すれば, 群表 (演算表) が同じ形にできることに他ならない.