

代数序論 B (第 8 回・2011/06/30) 小テスト

学籍番号		氏名	
------	--	----	--

- 集合 X の元 $x \in X$ に対する命題 $P(x)$ の否定を $\neg P(x)$ と書く .

命題 $P(x)$ とその否定 $\neg P(x)$ は真か偽かが正反対になっており , $P(x)$ または $\neg P(x)$ のどちらかが成り立つ . また , 否定には次のような関係がある ($\leftarrow P(x)$ の中にくり返し「任意の」「存在する」が出てくることもあるので注意)

$R(x)$: ある $x \in X$ が存在して , $P(x) = \neg Q(x)$ が成り立つ ; $\exists x \in X(P(x))$

否定 \uparrow \downarrow 否定 否定 \uparrow \downarrow 否定

$\neg R(x)$: 任意の $x \in X$ に対して , $\neg P(x) = Q(x)$ が成り立つ ; $\forall x \in X(\neg P(x))$

$R(x)$ の否定 ($\neg R(x) = R(x)$ でない) を , $R(x)$ の文章の最後に「でない」をつけて , 「ある $x \in X$ が存在して , $P(x)$ でない」としたら (一般に) 間違いとなる . (\leftarrow 授業で解説する)

以下では , 練習のために次のように約束する (上記の下線部参照) :

- (i) 「 \sim でない」という表現は使用禁止;
- (ii) 「任意の」「存在する」を使って答える .

[1] (練習) 3つの箱 A, B, C の中に 3種類の図形 (三角形, 四角形, 星形) が入っており , それぞれが白, 黄色, 赤のいずれかに塗られているとする . それぞれの図形の集まりを X とする . つぎの命題 $P(x)$ の否定 $\neg P(x)$ を文章で答えよ .

(1) 「 $P(x)$: 任意の図形 $x \in X$ は三角形である」の否定 $\neg P(x)$ は ,

$\neg P(x)$:

(2) 「 $P(x)$: 任意の三角形 $x \in X$ は白である」の否定 $\neg P(x)$ は ,

$\neg P(x)$:

(3) 「 $P(x)$: ある箱が存在して , (中の) 任意の星形 $x \in X$ は黄色である」の否定 $\neg P(x)$ は ,

$\neg P(x)$:

[2] 実数列 $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ が単調増加であるとは ,

「任意の $n \in \mathbb{N}$ に対して , $a_n \leq a_{n+1}$ が成り立つ」

ことである . よって , その否定「実数列 $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ が単調増加でない」とは ,

[3] 実数列 $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ が上に有界であるとは ,

「ある実数 $M \in \mathbb{R}$ が存在して , 任意の自然数 $n \in \mathbb{N}$ に対して , $a_n \leq M$ が成り立つ」

ことである . よって , その否定「実数列 $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ が上に有界でない」とは ,