

代数序論 B (第 8 回・2011/06/30) 小テスト

|      |  |    |  |
|------|--|----|--|
| 学籍番号 |  | 氏名 |  |
|------|--|----|--|

- 集合  $X$  の元  $x \in X$  に対する命題  $P(x)$  の否定を  $\neg P(x)$  と書く .

命題  $P(x)$  とその否定  $\neg P(x)$  は真か偽かが正反対になっており ,  $P(x)$  または  $\neg P(x)$  のどちらかが成り立つ . また , 否定には次のような関係がある ( $\leftarrow P(x)$  の中にくり返し「任意の」「存在する」が出てくることもあるので注意)

$R(x)$  : ある  $x \in X$  が存在して ,  $P(x) = \neg Q(x)$  が成り立つ ;  $\exists x \in X(P(x))$

否定  $\uparrow$                        $\downarrow$  否定                      否定  $\uparrow$                        $\downarrow$  否定

$\neg R(x)$  : 任意の  $x \in X$  に対して ,  $\neg P(x) = Q(x)$  が成り立つ ;  $\forall x \in X(\neg P(x))$

$R(x)$  の否定 ( $\neg R(x) = R(x)$  でない) を ,  $R(x)$  の文章の最後に「でない」をつけて , 「ある  $x \in X$  が存在して ,  $P(x)$  でない」としたら (一般に) 間違いとなる . ( $\leftarrow$  授業で解説する)

以下では , 練習のために次のように約束する (上記の下線部参照) :

- (i) 「 $\sim$ でない」という表現は使用禁止;
- (ii) 「任意の」「存在する」を使って答える .

[1] (練習) 3つの箱  $A, B, C$  の中に 3種類の図形 (三角形, 四角形, 星形) が入っており , それぞれが白, 黄色, 赤のいずれかに塗られているとする . それぞれの図形の集まりを  $X$  とする . つぎの命題  $P(x)$  の否定  $\neg P(x)$  を文章で答えよ .

(1) 「 $P(x)$  : 任意の図形  $x \in X$  は三角形である」の否定  $\neg P(x)$  は ,

$\neg P(x)$  :

(2) 「 $P(x)$  : 任意の三角形  $x \in X$  は白である」の否定  $\neg P(x)$  は ,

$\neg P(x)$  :

(3) 「 $P(x)$  : ある箱が存在して , (中の) 任意の星形  $x \in X$  は黄色である」の否定  $\neg P(x)$  は ,

$\neg P(x)$  :

[2] 実数列  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  が単調増加であるとは ,

「任意の  $n \in \mathbb{N}$  に対して ,  $a_n \leq a_{n+1}$  が成り立つ」

ことである . よって , その否定「実数列  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  が単調増加でない」とは ,

[3] 実数列  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  が上に有界であるとは ,

「ある実数  $M \in \mathbb{R}$  が存在して , 任意の自然数  $n \in \mathbb{N}$  に対して ,  $a_n \leq M$  が成り立つ」

ことである . よって , その否定「実数列  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  が上に有界でない」とは ,