

代数序論 B (第9回・2011/07/07) 小テスト

学籍番号		氏名	
------	--	----	--

[1] (群の定義) 空でない集合 G 上に二項演算

$$f : G \times G \longrightarrow G, \quad (a, b) \longmapsto a \circ b := f(a, b)$$

が定義され, 次の3つの条件を満たすとき (G, \circ) を群 (group) という:

(G1) 結合法則

(G2) 単位元の存在

(G3) 逆元の存在

n 次対称群 S_n は (その名の通り) 群である. 結合法則を満たすことは, 写像の合成 \circ が結合法則を満たすこと (p.7) から分かる. 単位元は恒等置換 (1) , $\sigma \in S_n$ の逆元は σ の逆置換 σ^{-1} .

[2] 群 G が を満たすとき,

G は可換群 (commutative group) またはアーベル群 (abelian group) と呼ばれる.

[3] 群 G が加法群 $(G, +)$ の場合には, $a \in G$ の逆元は と書かれる.

また, G が乗法群 (G, \cdot) の場合には, $a \in G$ の逆元は と書かれる.

[4] 群 (G, \circ) の濃度 (有限のときは, 位数, すなわち元の個数) を $|G|$ 又は $\#G$ で表す.

群 G は, $\#G < \infty$ のとき , $\#G = \infty$ のとき無限群と呼ばれる.

[5] 群 G の単位元を 1 とかくと, (部分群の定義から) G 自身と $\{1\}$ は G の部分群となる. この2つ

の部分群を, 自明な部分群という. ちなみに, 群 $\{1\}$ は と呼ばれる.

[6] 2つの有限群 $(G, \circ), (G', \star)$ は, 元の名前と順番を適当に変更すれば, 群表 (演算表) が同じ形

にできるとき, (英語では isomorphic) といい, $G \cong G'$ と表す.

[7] $G_1 = \{(1), a, b, c\}, G_2 = \{(1), b, d, e\}, G_3 = \{(1), f, b, g\},$

$$a = (13), b = (13)(24), c = (24), d = (12)(34), e = (14)(23), f = (1234), g = (1432),$$

とすれば, $(G_1, \circ), (G_2, \circ), (G_3, \circ)$ は群であり, $G_2 \cong$ である (G_2 以外を答える).