

代数序論 A (第 11 回 ・ 2012/06/28) 小テスト

| | | | |
|------|--|----|--|
| 学籍番号 | | 氏名 | |
|------|--|----|--|

[1] (群の定義) 空でない集合 G 上に (← 漢字四文字)

$$f : G \times G \longrightarrow G, \quad (a, b) \longmapsto a \circ b := f(a, b)$$

が定義され, 次の 3 つの条件を満たすとき (G, \circ) を群 (group) という:

(G1) 結合法則

(G2) 単位元の存在

(G3) 逆元の存在

[2] 群 G が加法群 $(G, +)$ の場合には, $a \in G$ の逆元は $-a$ と書かれる. また, G が乗法群 (G, \cdot) の場合には, $a \in G$ の逆元は と書かれる. (← $\frac{1}{a}$ ではない.)

[3] (1) X, Y を空でない集合とする. を埋めて全射, 単射, 全単射の定義を完成させよ. 但し, \forall, \exists などの数学記号は使用禁止とし, 「任意の」「存在する」を用いて答えること.

(i) 写像 $f : X \rightarrow Y$ が全射であるとは,

である.

(ii) 写像 $f : X \rightarrow Y$ が全射でないとは,

である.

(iii) 写像 $f : X \rightarrow Y$ が単射であるとは,

が成り立つことである.

(iv) 写像 $f : X \rightarrow Y$ が単射でないとは,

が成り立つことである.

[4] 実数値関数 $f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を以下で定義する:

$$f_1(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0), \\ 0 & (x = 0), \end{cases} \quad f_2(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0), \\ 0 & (x = 0). \end{cases}$$

点 $x = 0$ において, $f_1(x)$ は連続で , $f_2(x)$ は連続で .