代数序論A（第6回・2012/05/24）小テスト

学籍番号		氏名	

[1] **フィボナッチ数列** $\{F_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ とは，$F_1 = 1,\ F_2 = 1,$

$$F_n = \boxed{},\quad (n \geq 3)$$

で定まる数列であり，各項 F_n は n 番目の**フィボナッチ数**といわれる．

数列 $\{F_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ の最初の 20 項を書いてみると，以下の様になる：

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, \boxed{}, \ldots$$

これを**法 3** で見ると，数列 $\{F_n \pmod 3\}_{n\in\mathbb{N}}$ は以下のようになる：

$$1,\ 1,\ 2,\ 0,\ 2,\ 2,\ 1,\ 0,\quad 1,\ 1,\ 2,\ 0,\ 2,\ 2,\ 1,\ 0,\quad 1,\ 1,\ 2,\ \boxed{}, \ldots$$

[2] $x^2 = x + 1$ を満たす 2 つの実数 $x = \alpha, \beta$ は

$$\alpha := \boxed{},\qquad \beta := \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

であり，特に，比 $1 : \alpha \quad 1 : \boxed{}$ (小数点以下 2 桁まで記入) は**黄金比**と呼ばれている．

[3] 0 以上の整数 $n \in \mathbb{N}\cup\{0\}$ に対して，n の**階乗** $n!$ は以下で定義される：

$$\begin{cases} 0! := \boxed{}, \\ n! := \boxed{}, & (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

[4] 0 以上の整数 $n \in \mathbb{N}\cup\{0\}$ と $0 \leq k \leq n$ に対して，

$$\binom{n}{k} := \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

を**二項係数**という．いわゆる**二項定理**とは，自然数 $n \in \mathbb{N}$ に対して，

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

が成り立つことであり，例えば，

$$(x+y)^7 = \boxed{}$$

となる．また，二項定理の応用として，以下の等式が得られる．

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = \boxed{},\qquad \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = \boxed{}.$$