

代数序論 B (第4回・2012/05/10) 小テスト 2

学籍番号		氏名	
------	--	----	--

- 「関数」の概念を一般の集合 (=ものの集まり, 数の集まりである必要はない) 上に一般化することで「写像」の概念が得られる。

定義 (写像). X, Y を空でない集合とする. X の任意の元 (=要素) $x \in X$ に Y の元 $y = f(x) \in Y$ を対応させる規則 (ルール) f のことを X から Y への写像 (map) といい, $f : X \rightarrow Y$ とかく. 特に, 各元の対応を表すときには,

$$\begin{array}{l}
 f : X \rightarrow Y, \\
 \cup \quad \cup \quad \quad \quad f : X \ni x \mapsto y = f(x) \in Y, \quad f : X \rightarrow Y, x \mapsto y = f(x) \\
 x \mapsto y = f(x),
 \end{array}$$

等と書く. 特に, X, Y が \mathbb{R} や \mathbb{C} など数の場合には関数と呼ぶ. (\leftarrow 二種類の矢印 (\rightarrow, \mapsto), コロン (:) の使い方には十分に注意すること. 例えば, コロン (:) をセミコロン (;) にはしてはいけない.)

[1] X, Y を空でない集合とする. 次の を埋めて全射, 単射, 全単射の定義を完成させよ.

(i) 写像 $f : X \rightarrow Y$ が全射であるとは,

任意の に対して, となる が存在することである.

(ii) 写像 $f : X \rightarrow Y$ が単射であるとは,

任意の に対して, ならば が成り立つことである.

(iii) 写像 $f : X \rightarrow Y$ が全単射であるとは, かつ であること.

[2] 次の に または を入れよ.

但し, どちらも適さない場合には と答えること.

(i) 写像 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ は単射で , 全射で . 従って, 全単射で .

(ii) 写像 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^3$ は単射で , 全射で . 従って, 全単射で .