はじめに　(数学基礎 B1)

数学基礎 B　＝　線形代数

教科書　「要点明解 線形数学」培風館

- 第 1 章　行列
- 第 2 章　連立 1 次方程式

(第 3 章　行列式)

(第 4 章　行列の対角化)

講義の情報　http://mathweb.sc.niigata-u.ac.jp/~hoshi/teaching-j.html

シラバス　LINK

- ノートを取りながら講義を聴くこと．
  (ノートを回収して確認する可能性があります)
- 講義 ⟶ 小テスト (理解度確認テスト，学務情報システム内)

第 1 章　行列

第 1 章　行列

連立 1 次方程式を解いてみる！

第1章　行列

連立1次方程式を解いてみる！

まず，簡単な場合のみ $\cdots$

連立１次方程式を解いてみる！

まず，簡単な場合のみ $\cdots$

式の本数 $m = 2$
変数の数 $n = 2$ $\cdots$ x, y

連立 1 次方程式を解いてみる！

まず，簡単な場合のみ $\cdots$

式の本数 $m = 2$
変数の数 $n = 2 \quad \cdots \qquad x, y$

例 1

$$\begin{cases} 2x + 3y &= 1 & \cdots (1) \\ 6x + 9y &= 4 & \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

連立 1 次方程式を解いてみる！

まず，簡単な場合のみ $\cdots$

式の本数 $m = 2$
変数の数 $n = 2$ $\cdots$ x, y

例 1

$$\begin{cases} 2x + 3y &= 1 \quad \cdots (1) \\ 6x + 9y &= 4 \quad \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2) - 3 \times (1) : 0 = 1$

連立 1 次方程式を解いてみる！

まず，簡単な場合のみ $\cdots$

式の本数 $m = 2$
変数の数 $n = 2 \quad \cdots \qquad x, y$

例 1

$$\begin{cases} 2x + 3y &= 1 \qquad \cdots (1) \\ 6x + 9y &= 4 \qquad \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2) - 3 \times (1) : 0 = 1 \qquad ?$

連立1次方程式を解いてみる！

まず，簡単な場合のみ $\cdots$

式の本数 $m = 2$
変数の数 $n = 2 \quad \cdots \qquad x, y$

例1

$$\begin{cases} 2x + 3y & = & 1 & \quad \cdots (1) \\ 6x + 9y & = & 4 & \quad \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2) - 3 \times (1) : 0 = 1 \qquad$ ？？

連立 1 次方程式を解いてみる！

まず，簡単な場合のみ $\cdots$

式の本数 $m = 2$
変数の数 $n = 2 \quad \cdots \quad x, y$

例 1

$$\begin{cases} 2x + 3y &= 1 \quad \cdots (1) \\ 6x + 9y &= 4 \quad \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2) - 3 \times (1) : 0 = 1$　？？？

連立 1 次方程式を解いてみる！

まず，簡単な場合のみ $\cdots$

式の本数 $m = 2$
変数の数 $n = 2 \quad \cdots \qquad x, y$

例 1

$$\begin{cases} 2x + 3y &= 1 \qquad \cdots (1) \\ 6x + 9y &= 4 \qquad \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2) - 3 \times (1) : 0 = 1$　？？？？？？？

連立 1 次方程式を解いてみる！

まず，簡単な場合のみ $\cdots$

式の本数 $m = 2$
変数の数 $n = 2 \quad \cdots \qquad x, y$

例 1

$$\begin{cases} 2x + 3y &= 1 \qquad \cdots (1) \\ 6x + 9y &= 4 \qquad \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2) - 3 \times (1) : 0 = 1$　？？？？？？？

解なし

例 2

$$\begin{cases} x + 2y &= 3 \quad \cdots (1) \\ 2x + 4y &= 6 \quad \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

例 2

$$\begin{cases} x + 2y = 3 & \cdots (1) \\ 2x + 4y = 6 & \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2) - 2 \times (1) : 0 = 0$

例 2

$$\begin{cases} x+2y &= 3 \quad \cdots(1) \\ 2x+4y &= 6 \quad \cdots(2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2)-2\times(1) : 0=0$ 　 ?

例 2

$$\begin{cases} x + 2y &= 3 \quad \cdots (1) \\ 2x + 4y &= 6 \quad \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2) - 2 \times (1) : 0 = 0$ 　？？

例 2

$$\begin{cases} x + 2y &= 3 \quad \cdots (1) \\ 2x + 4y &= 6 \quad \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2) - 2 \times (1) : 0 = 0$　？？？

例 2

$$\begin{cases} x + 2y &= 3 & \cdots (1) \\ 2x + 4y &= 6 & \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2) - 2 \times (1) : 0 = 0$　？？？？？？？

例 2

$$\begin{cases} x + 2y &= 3 \quad \cdots (1) \\ 2x + 4y &= 6 \quad \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2) - 2 \times (1) : 0 = 0$? ? ? ? ? ? ?

$0 = 0 \quad \cdots (3)$

例 2

$$\begin{cases} x + 2y &= 3 \quad \cdots (1) \\ 2x + 4y &= 6 \quad \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2) - 2 \times (1) : 0 = 0$ ？？？？？？？

$0 = 0 \quad \cdots (3)$

(1) かつ (2) の解 $\Longleftrightarrow$ (1) かつ (3) の解

例 2

$$\begin{cases} x + 2y &= 3 \qquad \cdots (1) \\ 2x + 4y &= 6 \qquad \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2) - 2 \times (1) : 0 = 0$ ？？？？？？？

$0 = 0 \qquad \cdots (3)$

(1) かつ (2) の解 $\Longleftrightarrow$ (1) かつ (3) の解 $\Longleftrightarrow$ (1) の解

例 2

$$\begin{cases} x + 2y &= 3 \quad \cdots (1) \\ 2x + 4y &= 6 \quad \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2) - 2 \times (1) : 0 = 0$　？？？？？？？

$0 = 0 \quad \cdots (3)$

(1) かつ (2) の解 $\Longleftrightarrow$ (1) かつ (3) の解 $\Longleftrightarrow$ (1) の解

解は $x + 2y = 3$ をみたす全ての x, y

例 2

$$\begin{cases} x + 2y = 3 & \cdots (1) \\ 2x + 4y = 6 & \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$(2) - 2 \times (1) : 0 = 0$　？？？？？？？

$0 = 0 \quad \cdots (3)$

(1) かつ (2) の解 $\iff$ (1) かつ (3) の解 $\iff$ (1) の解

解は $x + 2y = 3$ をみたす全ての x, y

注意

解は無数にあり，すべて直線 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ 上にのっている

例 3

$$\begin{cases} 2x + y = 3 & \cdots (1) \\ 3x + 2y = 2 & \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

例 3

$$\begin{cases} 2x + y = 3 & \cdots (1) \\ 3x + 2y = 2 & \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$2 \times (1) - (2) : x = 4 \qquad \cdots (3)$

例 3

$$\begin{cases} 2x + y = 3 & \cdots (1) \\ 3x + 2y = 2 & \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$2 \times (1) - (2) : x = 4 \qquad \cdots (3)$

$((2) - 3 \times (3)) \times \frac{1}{2} : y = -5 \qquad \cdots (4)$

例 3

$$\begin{cases} 2x + y = 3 & \cdots (1) \\ 3x + 2y = 2 & \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$2 \times (1) - (2) : x = 4 \qquad \cdots (3)$

$((2) - 3 \times (3)) \times \frac{1}{2} : y = -5 \qquad \cdots (4)$

(1) かつ (2) の解 $\iff$ (2) かつ (3) の解

例 3

$$\begin{cases} 2x + y = 3 & \cdots (1) \\ 3x + 2y = 2 & \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$2 \times (1) - (2) : x = 4 \qquad \cdots (3)$

$((2) - 3 \times (3)) \times \frac{1}{2} : y = -5 \qquad \cdots (4)$

(1) かつ (2) の解 $\iff$ (2) かつ (3) の解 $\iff$ (3) かつ (4) の解

例 3

$$\begin{cases} 2x + y = 3 & \cdots (1) \\ 3x + 2y = 2 & \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$2 \times (1) - (2) : x = 4 \quad \cdots (3)$

$((2) - 3 \times (3)) \times \frac{1}{2} : y = -5 \quad \cdots (4)$

(1) かつ (2) の解 $\iff$ (2) かつ (3) の解 $\iff$ (3) かつ (4) の解

解は $(x, y) = (4, -5)$ のみ

例 3

$$\begin{cases} 2x + y = 3 & \cdots (1) \\ 3x + 2y = 2 & \cdots (2) \end{cases}$$

をみたす x, y は？

$2 \times (1) - (2) : x = 4 \quad \cdots (3)$

$((2) - 3 \times (3)) \times \frac{1}{2} : y = -5 \quad \cdots (4)$

(1) かつ (2) の解 $\iff$ (2) かつ (3) の解 $\iff$ (3) かつ (4) の解

解は $(x, y) = (4, -5)$ のみ

注意

上で行ったり来たり ($\iff$) できることが重要
片向き $\Leftarrow, \Rightarrow$ だと全ての解をもれなくぴったり求めたとは言えない

- 一般の場合は？

- 一般の場合は？

式の数 m $\cdots$ 多い
変数の数 n $\cdots$ x, y, z, w $\cdots$ 多い

- 一般の場合は？

式の数 m ⋯ 多い
変数の数 n ⋯ x, y, z, w ⋯ 多い

$x_1, x_2, \ldots, x_{100}, \ldots$ 多い

- 一般の場合は？

式の数 m $\cdots$ 多い
変数の数 n $\cdots$ x, y, z, w $\cdots$ 多い

$x_1, x_2, \ldots, x_{100}, \ldots$ 多い
$\cdots$ 大変なので「行列」を用いる

- 一般の場合は？

式の数 m $\cdots$ 多い
変数の数 n $\cdots$ x, y, z, w $\cdots$ 多い

$x_1, x_2, \ldots, x_{100}, \ldots$ 多い
$\cdots$ 大変なので「行列」を用いる

上の例 3

$$\begin{cases} 2x + y &= 3 \\ 3x + 2y &= 2 \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} x &= 4 \\ 3x + 2y &= 2 \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} x &= 4 \\ y &= -5 \end{cases}$$

- 一般の場合は？

式の数 m $\cdots$ 多い
変数の数 n $\cdots$ x, y, z, w $\cdots$ 多い

$x_1, x_2, \ldots, x_{100}, \ldots$　多い
$\cdots$ 大変なので「行列」を用いる

上の例 3

$$\begin{cases} 2x + y &= 3 \\ 3x + 2y &= 2 \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} x &= 4 \\ 3x + 2y &= 2 \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} x &= 4 \\ y &= -5 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

定義 ($m \times n$ 行列 A)

$$\begin{array}{c} \text{第 1 行} \\ \text{第 2 行} \\ \vdots \\ \text{第 } m \text{ 行} \end{array} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{第 1 列} & \text{第 2 列} & \cdots & \text{第 } n \text{ 列} \end{array} \\ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \end{array}$$

i 行 j 列にある a_{ij} を行列 A の (i,j) 成分 という.
$A = (a_{ij})$ とかく.

定義 (行ベクトル，列ベクトル)

$1 \times n$ 行列 $(a_1, \cdots, a_n)$ を長さ n の 行ベクトル,

$m \times 1$ 行列 $\begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$ を長さ m の 列ベクトル という.

定義 (行ベクトル，列ベクトル)

$1 \times n$ 行列 $(a_1, \cdots, a_n)$ を長さ n の 行ベクトル,

$m \times 1$ 行列 $\begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$ を長さ m の 列ベクトル という.

注意

行列 $A = (a_{ij})$ は，行ベクトル，列ベクトルを用いて

$$A = \begin{pmatrix} \mathbb{a}_1 \\ \vdots \\ \mathbb{a}_m \end{pmatrix} \qquad \begin{array}{c} \mathbb{a}_1 = (a_{11}, \cdots, a_{1n}) \\ \vdots \\ \mathbb{a}_m = (a_{m1}, \cdots, a_{mn}) \end{array}$$

$$A = (\mathbb{b}_1, \cdots, \mathbb{b}_n) \quad \mathbb{b}_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}, \cdots, \mathbb{b}_n = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix}$$

ともかける.

定義 (行ベクトル，列ベクトル)

$1 \times n$ 行列 $(a_1, \cdots, a_n)$ を長さ n の 行ベクトル，

$m \times 1$ 行列 $\begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$ を長さ m の 列ベクトル という．

注意

行列 $A = (a_{ij})$ は，行ベクトル，列ベクトルを用いて

$$A = \begin{pmatrix} \mathbb{a}_1 \\ \vdots \\ \mathbb{a}_m \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} \mathbb{a}_1 = (a_{11}, \cdots, a_{1n}) \\ \vdots \\ \mathbb{a}_m = (a_{m1}, \cdots, a_{mn}) \end{matrix}$$

$$A = (\mathbb{b}_1, \cdots, \mathbb{b}_n) \quad \mathbb{b}_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}, \cdots, \mathbb{b}_n = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix}$$

ともかける．教科書の太字 $\mathbf{a}_1$ は 手書きでは二重線 $\mathbb{a}_1$ でかく．

例

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

$\underline{2 \times 2}$ 行列　　$\underline{2 \times 2}$ 行列　　2×3 行列

例

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

2×2 行列　　2×2 行列　　2×3 行列

$m \times n$ 行列どうしは 同じ型 という

例

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

2×2 行列　　2×2 行列　　2×3 行列

$m \times n$ 行列どうしは 同じ型 という

定義 ($A = B$)

$A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$ を同じ型の行列とする.

例

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

2×2 行列　　2×2 行列　　2×3 行列

$m \times n$ 行列どうしは 同じ型 という

定義 ($A = B$)

$A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$ を同じ型の行列とする．

A と B は等しい $\overset{\text{def}}{\iff}$ すべての i, j に対して，$a_{ij} = b_{ij}$.

例

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

$\underline{2 \times 2}$ 行列　　$\underline{2 \times 2}$ 行列　　2×3 行列

$m \times n$ 行列どうしは <u>同じ型</u> という

定義 ($A = B$)

$A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$ を同じ型の行列とする．

<u>A と B は等しい</u> $\overset{\text{def}}{\iff}$ すべての i, j に対して，$a_{ij} = b_{ij}$.

A と B は等しいとき，$\underline{A = B}$ とかく．

例

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

$\underline{2 \times 2}$ 行列　　$\underline{2 \times 2}$ 行列　　2×3 行列

$m \times n$ 行列どうしは 同じ型 という

定義 ($A = B$)

$A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$ を同じ型の行列とする.

A と B は等しい $\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ すべての i, j に対して，$a_{ij} = b_{ij}$.

A と B は等しいとき，$A = B$ とかく.

- $\boxed{\text{def} \cdots \text{definition(定義)}}$

定義 (零行列)

$A = (a_{ij})$ を行列とする.

定義 (零行列)

$A = (a_{ij})$ を行列とする.

A は零行列 $\overset{\text{def}}{\iff}$ すべての i, j に対して，$a_{ij} = 0$.

定義 (零行列)

$A = (a_{ij})$ を行列とする.

A は零行列 $\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ すべての i, j に対して，$a_{ij} = 0$.

A が零行列のとき，$\underline{A = \boldsymbol{O}}$ とかく：

$$\boldsymbol{O} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

定義 (零行列)

$A = (a_{ij})$ を行列とする．

A は零行列 $\overset{\text{def}}{\iff}$ すべての i, j に対して，$a_{ij} = 0$.

A が零行列のとき，$\underline{A = \boldsymbol{O}}$ とかく：

$$\boldsymbol{O} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

定義 (正方行列)

$n \times n$ 行列を n 次正方行列 という．

定義 (零行列)

$A=(a_{ij})$ を行列とする．

A は零行列 $\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ すべての i,j に対して，$a_{ij}=0$.

A が零行列のとき，$A=\boldsymbol{O}$ とかく：

$$\boldsymbol{O}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

定義 (正方行列)

$n\times n$ 行列を n 次正方行列という．

- 正方行列は実際にかくと正方形

定義 (行列 A と B の和，差，定数倍)

$A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$ を同じ型の行列，c を実数とする．

定義 (行列 A と B の和，差，定数倍)

$A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$ を同じ型の行列，c を実数とする.

$A + B := (a_{ij} + b_{ij})$ $\quad$ $\underline{A \text{ と } B \text{ の和}}$

定義 (行列 A と B の和，差，定数倍)

$A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$ を同じ型の行列，c を実数とする．

$A + B := (a_{ij} + b_{ij})$ 　 $\underline{A \text{ と } B \text{ の和}}$

$A - B := (a_{ij} - b_{ij})$ 　 $\underline{A \text{ と } B \text{ の差}}$

定義 (行列 A と B の和，差，定数倍)

$A=(a_{ij})$, $B=(b_{ij})$ を同じ型の行列，c を実数とする．

$A+B:=(a_{ij}+b_{ij})$ <u>A と B の和</u>

$A-B:=(a_{ij}-b_{ij})$ <u>A と B の差</u>

$cA:=(ca_{ij})$ <u>A の c 倍</u>

定義 (行列 A と B の和，差，定数倍)

$A=(a_{ij})$, $B=(b_{ij})$ を同じ型の行列，c を実数とする．

$A+B := (a_{ij}+b_{ij})$ <u>A と B の和</u>

$A-B := (a_{ij}-b_{ij})$ <u>A と B の差</u>

$cA := (ca_{ij})$ <u>A の c 倍</u>

- $\boxed{X := Y \text{ は } X \text{ を } Y \text{ で定義する という記号}}$

定理 1.1

A, B, C を同じ型の行列，O を零行列とすると，次が成立する．

定理 1.1

A, B, C を同じ型の行列，O を零行列とすると，次が成立する．

1. $A + B = B + A$ 　(交換法則)

定理 1.1

A, B, C を同じ型の行列，O を零行列とすると，次が成立する．

1. $A + B = B + A$　(交換法則)
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$　(結合法則)

定理 1.1

A, B, C を同じ型の行列，O を零行列とすると，次が成立する．

1. $A + B = B + A$ 　(交換法則)
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$ 　(結合法則)
3. $A + \boldsymbol{O} = A$

定理 1.1

A, B, C を同じ型の行列，$\boldsymbol{O}$ を零行列とすると，次が成立する．

1. $A+B=B+A$ 　(交換法則)
2. $(A+B)+C=A+(B+C)$ 　(結合法則)
3. $A+\boldsymbol{O}=A$
4. $A-A=\boldsymbol{O}$

定理 1.1

A, B, C を同じ型の行列，O を零行列とすると，次が成立する．

1. $A + B = B + A$ (交換法則)
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$ (結合法則)
3. $A + \boldsymbol{O} = A$
4. $A - A = \boldsymbol{O}$

定理 1.2

A, B を同じ型の行列，c, d を実数とすると，次が成立する．

定理 1.1

A, B, C を同じ型の行列，O を零行列とすると，次が成立する.

1. $A + B = B + A$ (交換法則)
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$ (結合法則)
3. $A + \boldsymbol{O} = A$
4. $A - A = \boldsymbol{O}$

定理 1.2

A, B を同じ型の行列，c, d を実数とすると，次が成立する.

1. $c(dA) = (cd)A$

定理 1.1

A, B, C を同じ型の行列，O を零行列とすると，次が成立する．

1. $A+B=B+A$　(交換法則)
2. $(A+B)+C=A+(B+C)$　(結合法則)
3. $A+\boldsymbol{O}=A$
4. $A-A=\boldsymbol{O}$

定理 1.2

A, B を同じ型の行列，c, d を実数とすると，次が成立する．

1. $c(dA)=(cd)A$
2. $c(A+B)=cA+cB$,　$(c+d)A=cA+dA$

定理 1.1

A, B, C を同じ型の行列，O を零行列とすると，次が成立する．

1. $A + B = B + A$　(交換法則)
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$　(結合法則)
3. $A + \boldsymbol{O} = A$
4. $A - A = \boldsymbol{O}$

定理 1.2

A, B を同じ型の行列，c, d を実数とすると，次が成立する．

1. $c(dA) = (cd)A$
2. $c(A + B) = cA + cB$,　$(c + d)A = cA + dA$
3. $A + (-1)B = A - B$,　$1A = A$