

線形代数IIA (第10回・2021/5/17) 小テスト

在籍番号		氏名	
------	--	----	--

[1] (定理 21) 有限次元内積空間 $V \neq \{0\}$ は正規直交基底をもつ.

この定理は (1) の (2) 法とよばれる.

[2] (定理 24) V を線形空間, v_1, \dots, v_n を V の基底とする.

このとき, 任意の $v \in V$ は $v = c_1 v_1 + \dots + c_n v_n$ の形に一意的に表される.

この定理の証明は,

v_1, \dots, v_n は V の (1) より, (2) $V =$ $\ni v$.

また, (3) は, v_1, \dots, v_n が (4) より,

$$\begin{aligned} v &= c_1 v_1 + \dots + c_n v_n = c'_1 v_1 + \dots + c'_n v_n \\ \Rightarrow (c_1 - c'_1) v_1 + \dots + (c_n - c'_n) v_n &= 0 \\ \Rightarrow c_1 &= c'_1, \dots, c_n = c'_n \end{aligned}$$

としてわかる.

この定理の, c_1, \dots, c_n を基底 $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ に関する v の座標,

$(v)_S := (c_1, \dots, c_n)$ を基底 $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ に関する v の (5) ,

$[v]_S := \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$ を基底 $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ に関する v の (6) という.

[3] 定理 (基底変換問題の解) 線形空間 V の基底 $B = \{u_1, \dots, u_n\}$ から $B' = \{u'_1, \dots, u'_n\}$ に変換するとき, $v \in V$ に対して, $[v]_{B'} = P[v]_B$. 但し, $P = \begin{pmatrix} [u_1]_{B'} & \dots & [u_n]_{B'} \end{pmatrix}$.

このとき, P を B から B' への という.

[4] (定義) $A^{-1} = A^t$ なる正方行列 A を という. 但し, A^t は A の転置行列.