

線形代数IIA (第14回・2022/5/26) 小テスト

在籍番号		氏名	
------	--	----	--

[1] (定義) A を $n \times n$ 行列とする.

$$A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$$

なる $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ($\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$) が存在するとき, $\lambda \in \mathbb{R}$ を A の (1) といい,

$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ($\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$) を A の (λ に対する) (2) という. 以下が成り立つ:

$\lambda \in \mathbb{R}$ が A の (3) $\iff \lambda$ は $\det(\lambda I - A) = 0$ の実数解.

ここで, $\det(\lambda I - A) = 0$ を A の (4) という.

例えば, 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して,

$\det(\lambda I - A) =$ (5) のように求めることができる.

また, $W_\lambda = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid (\lambda I - A)\mathbf{x} = \mathbf{0}\} \subset \mathbb{R}^n$ を

A の λ に対する (6) という.

[2] 行列 $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ の固有値は .

[3] 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ の固有値は .

[4] 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ の固有値は $\lambda = 1, 5$ (2重根) であり,

$\dim W_1 =$ (1),

$\dim W_5 =$ (2) となる.