

線形代数IIA (第4回・2022/4/18) 小テスト

在籍番号		氏名	
------	--	----	--

[1] 次の  に  独立 または  従属 を入れよ.

(1-1) (定義)  $V$  を線形空間とする. ベクトル  $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_r \in V$  が 1次  であるとは,  
 $k_1, \dots, k_r \in \mathbb{R}$  に対して

$$k_1\mathbf{v}_1 + \dots + k_r\mathbf{v}_r = \mathbf{0} \implies k_1 = \dots = k_r = 0$$

を満たすこと. (1-2) そうでないとき, 1次  という.

(2)  $\mathbf{v}_1 = (1, 0, 1), \mathbf{v}_2 = (0, 1, 0), \mathbf{v}_3 = (1, 1, 1) \in \mathbb{R}^3$  とすると,  $\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_3$  である. よって,  
 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$  は 1次  であり,  $\mathbb{R}^3 \neq \text{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\} = \text{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$  となる.

(3)  $\mathbf{v}_1 = (1, 1, 1), \mathbf{v}_2 = (1, 0, 1), \mathbf{v}_3 = (1, 1, 0) \in \mathbb{R}^3$  とすると,  
 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$  は 1次  であり,  $\mathbb{R}^3 = \text{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$  となる.

(4)  $\mathbf{v}_1 = (1, 0, 0, 0), \mathbf{v}_2 = (0, 1, 0, 0), \mathbf{v}_3 = (0, 0, 1, 0), \mathbf{v}_4 = (0, 0, 0, 1) \in \mathbb{R}^4$  とすると,  
 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$  は 1次  であり,  $\mathbb{R}^4 = \text{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$  となる.

(5)  $\mathbf{v}_1 = (-3, 1, 1, 1), \mathbf{v}_2 = (1, -3, 1, 1), \mathbf{v}_3 = (1, 1, -3, 1), \mathbf{v}_4 = (1, 1, 1, -3) \in \mathbb{R}^4$  とすると,  
 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$  は 1次  である.

(6)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \in M_{2,2}(\mathbb{R})$  とすると,  
 $A, B, C$  は 1次  である.

(7)  $f_1(x) = 1, f_2(x) = x, f_3(x) = x^2, f_4(x) = x^3 \in \mathbb{R}[x]_3$  とすると,  
 $f_1, f_2, f_3, f_4$  は 1次  であり,  $\mathbb{R}[x]_3 = \text{Span}\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$  となる.

(8-1)  $f_1(x) = 1 - x, f_2(x) = x - x^2, f_3(x) = x^2 - x^3, f_4 = 1 - x^3 \in \mathbb{R}[x]_3$  とすると,  
 $f_1, f_2, f_3, f_4$  は 1次  であるが, (8-2)  $f_1, f_2, f_3$  は 1次  となる.