

在籍番号		氏名	
------	--	----	--

[1] (1) (定理) 全ての $m \times n$ 行列は行基本変形を何回か行って 行列に変形できる。変形の際, $(1, n_1)$ 成分を 1 とし, これを用いて $(1, n_1)$ 成分の下を全て 0 にする。

(2) このような操作を繰り返して目的の行列を求める方法を 法という。

(3) (定義) 行列 A を行基本変形して (1) における目的の行列にした時の の数

(階段の数) を (4) A の といい, $\text{rank}(A)$ と表す。例えば,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

に対して,

(5) $\text{rank}(A) =$,

(6) $\text{rank}(B) =$,

(7) $\text{rank}(C) =$,

(8) $\text{rank}(D) =$.

[2] 連立 1 次方程式
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \quad \cdots (*)$$

は, 行列をもちいて

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

に対して, $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ と表せる。

行列 A を連立 1 次方程式 (*) の (1),

A の最後の列に \mathbf{b} を付け加えた $m \times (n+1)$ 行列 $\bar{A} = (A | \mathbf{b})$ を (2) という。