数学基礎 B1（第 7 回・2022/5/27）小テスト

在籍番号		氏名	

学務情報システム内では行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は `[[a,b],[c,d]]`, A^{-1} は `A^{-1}` と表記する．

---

[1] 連立 1 次方程式 $\begin{cases} a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \qquad\vdots \\ a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \quad \cdots \ (*)$

は，行列をもちいて

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix},\ \mathbb{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix},\ \mathbb{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$ に対して，$A\mathbb{x} = \mathbb{b}$ と表せる．

行列 A を連立 1 次方程式 $(*)$ の**係数行列**，
A の最後の列に $\mathbb{b}$ を付け加えた $m \times (n+1)$ 行列 $\overline{A} = (A \mid \mathbb{b})$ を**拡大係数行列**という．

(定理 2.1) 連立 1 次方程式 $(*)$ が解をもつ $\Longleftrightarrow \operatorname{rank}(\overline{A}) = \boxed{}$.

[2] 文字 a を含む連立 1 次方程式
$\begin{cases} x + y + 2z = 9 \\ 2x - y + z = 0 \\ 3x \quad + 3z = a \end{cases}$ を解けば，$\boxed{}$ (1) のとき，解なし．

$\boxed{}$ (2) のとき，解は $\boxed{}$ (3)

[3] 連立 1 次方程式

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$ と対応する行列 $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

に対して，$\operatorname{rank}(A) = \boxed{}$ (1) であり，解は $\boxed{}$ (2)

[4] **(定理 2.2)** A：n 次正方行列．A が正則のとき，(行) 基本変形によって
$(A \mid E) \to \cdots \to \cdots \to (E \mid B)$ 　(但し，$E = E_n$ は n 次単位行列)

とすれば，$B = \boxed{}$ (1). 例えば，$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$,

$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ に対して，$A^{-1} = \boxed{}$ (2), $B^{-1} = \boxed{}$ (3), $C^{-1} = \boxed{}$ (4).