数学基礎 B2（第 5 回・2022/7/15）小テスト

在籍番号		氏名	

学務情報システム内では行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は `[[a,b],[c,d]]`, A^{-1} は `A^{-1}` と表記する．

---

[1] **(定義)** $A = (a_{i,j})$ を n 次正方行列とする．
A の (i,j) 成分 a_{ij} を中心に第 i 行と第 j 列を取り除いてできる行列を A_{ij} とおく．
このとき，$\widetilde{a}_{ij} = (-1)^{i+j}|A_{ij}|$ を行列 A の (i,j) **余因子**という．

$|A| = a_{13}\widetilde{a}_{13} + \cdots + a_{n3}\widetilde{a}_{n3}$ を第 $\boxed{}$ (1) に関する**余因子展開**という．

$\widetilde{A} = (\widetilde{a}_{ji}) = (\widetilde{a}_{ij})^{\mathrm{T}}$ を行列 A の $\boxed{}$ (2) という．

(定理) n 次正方行列 A の 行列式 $|A|$ を用いれば，A が正則 $\Longleftrightarrow$ $\boxed{}$ (3) となる．

A が正則のとき，$\widetilde{A}$ を用いて，A の逆行列 A^{-1} は $\dfrac{1}{|A|}\widetilde{A}$ と書ける．

例えば，$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ に対して，$|A| = 1$ であるから，$A^{-1} = \widetilde{A} = \boxed{}$ (4)．

[2] **(定義)** $\mathbb{R}^n := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \middle| \; x_i \in \mathbb{R} \ (i = 1, \ldots, n) \right\}$ を n **次元** $\boxed{}$ (1) という．

特に，$\mathbb{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \mathbb{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$ に対して，内積 $\langle \mathbb{x}, \mathbb{y} \rangle := \boxed{}$ (2)

が定義されているとき，$\mathbb{R}^n$ を $\mathbb{E}^n$ と書き，n **次元** $\boxed{}$ (3) という．

(内積の性質) $\mathbb{x}, \mathbb{y}, \mathbb{z} \in \mathbb{E}^n$, $c \in \mathbb{R}$ に対して，以下が成り立つ：

(i) $\langle \mathbb{x}, \mathbb{x} \rangle \ \geq 0$. $\langle \mathbb{x}, \mathbb{x} \rangle = 0 \Leftrightarrow \mathbb{x} = \mathbb{o}$;　(ii) $\langle \mathbb{x} + \mathbb{y}, \mathbb{z} \rangle = \boxed{}$ (4)；

(iii) $\langle c\,\mathbb{x}, \mathbb{y} \rangle = \boxed{}$ (5)；　(iv) $\langle \mathbb{x}, \mathbb{y} \rangle = \langle \mathbb{y}, \mathbb{x} \rangle$.

(定義) $\mathbb{x} \in \mathbb{E}^n$ に対して，$\mathbb{x}$ **の大きさ** $||\mathbb{x}||$ を $\sqrt{\langle \mathbb{x}, \mathbb{x} \rangle}$ と定める．例えば，$\mathbb{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{E}^4$

に対して，$\mathbb{x}$ の大きさは $||\mathbb{x}|| = \boxed{}$ (6) となる．