

在籍番号		氏名	
------	--	----	--

[1] (定義) $A^T A = E_n$ なる正方行列 A を という.

[2] (定義) $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}, \mathbf{y} \neq \mathbf{0}$ のとき,

$$\frac{\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle}{\|\mathbf{x}\| \|\mathbf{y}\|} = \text{} \quad (1) \text{ なる } \theta \ (0 \leq \theta \leq \pi) \text{ がただ一つ存在し,}$$

\mathbf{x} と \mathbf{y} の (2) という.

$\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = 0$, すなわち $\theta = \frac{\pi}{2}$ のとき, \mathbf{x} と \mathbf{y} は (3) という.

[3] (定義) $\mathbf{v} \in \mathbb{E}^n$ を大きさ $\|\mathbf{v}\| = 1$ なるベクトルとする.

$\langle \mathbf{x}, \mathbf{v} \rangle \mathbf{v}$ を \mathbf{x} の \mathbf{v} 方向への (1) という.

また, $\mathbf{x} - \langle \mathbf{x}, \mathbf{v} \rangle \mathbf{v}$ を \mathbf{x} の \mathbf{v} に関する (2) という.

[4] (定理) $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k \in \mathbb{E}^n \ (1 \leq k \leq n-1)$ は, 大きさが 1 で, 互いに直交しているとする.

$\mathbf{x} \in \mathbb{E}^n$ に対して, $\mathbf{x}' = \text{}$ は, $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k$ と直交する.

[5] (グラム・シュミットの正規直交化法) $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n \in \mathbb{E}^n$ とする.

行列 $Q = (\mathbf{v}_1 \ \dots \ \mathbf{v}_n)$ は (1) を仮定する.

$\mathbf{p}_1 := \text{}$ (2) とし, $i = 2, \dots, n$ に対して, 順番に

$$\mathbf{p}_i := \frac{\mathbf{v}_i - \langle \mathbf{v}_i, \mathbf{p}_1 \rangle \mathbf{p}_1 - \dots - \langle \mathbf{v}_i, \mathbf{p}_{i-1} \rangle \mathbf{p}_{i-1}}{\|\mathbf{v}_i - \langle \mathbf{v}_i, \mathbf{p}_1 \rangle \mathbf{p}_1 - \dots - \langle \mathbf{v}_i, \mathbf{p}_{i-1} \rangle \mathbf{p}_{i-1}\|}$$

とすれば, $P = (\mathbf{p}_1 \ \dots \ \mathbf{p}_n)$ は (3) となる.