はじめに　(線形代数 IIA)

$\boxed{\text{線形代数 II} \quad = \quad \text{線形代数 I のつづき}}$

教科書　「やさしい線形代数，Ｈ．アントン著，山下純一訳」現代数学社

講義の情報　http://mathweb.sc.niigata-u.ac.jp/~hoshi/teaching-j.html

シラバス　LINK

- ノートを取りながら講義を聴くこと．
  (ノートを回収して確認する可能性があります)
- 講義 $\longrightarrow$ 小テスト (理解度確認テスト，学務情報システム内)

第 4 章　線形空間

“線形”

第 4 章　線形空間

“線形” ＝ “線型”

第 4 章　線形空間

“線形” ＝ “線型” ＝ “linear”

第 4 章　線形空間

“線形” ＝ “線型” ＝ “linear” ＝ “1 次”

第 4 章　線形空間

“線形” ＝ “線型” ＝ “linear” ＝ “1 次”

$x = x^1$ ($x^2, x^3, \ldots$ は出てこない)

第 4 章　線形空間

“線形” ＝ “線型” ＝ “linear” ＝ “1 次”

$x = x^1$ $(x^2, x^3, \ldots$ は出てこない$)$ $, y = y^1, z = z^1, \ldots$

第 4 章　線形空間

"線形" ＝ "線型" ＝ "linear" ＝ "1 次"

$x = x^1$ $(x^2, x^3, \ldots$ は出てこない$)$ $, y = y^1, z = z^1, \ldots$

- n 次元？

“線形” ＝ “線型” ＝ “linear” ＝ “1 次”

$x = x^1$ ($x^2, x^3, \ldots$ は出てこない) $, y = y^1, z = z^1, \ldots$

- n 次元？

0 次元

第 4 章　線形空間

“線形” ＝ “線型” ＝ “linear” ＝ “1 次”

$x = x^1$ $(x^2, x^3, \dots$ は出てこない$)$ $, y = y^1, z = z^1, \dots$

- n 次元？

0 次元 ⋯ 点

第 4 章　線形空間

“線形” ＝ “線型” ＝ “linear” ＝ “1 次”

$x = x^1$ $(x^2, x^3, \ldots$ は出てこない$)$ $, y = y^1, z = z^1, \ldots$

- n 次元？

0 次元 ··· 点　 1 次元

第 4 章　線形空間

“線形” ＝ “線型” ＝ “linear” ＝ “1 次”

$x = x^1$ $(x^2, x^3, \ldots$ は出てこない$)$ $, y = y^1, z = z^1, \ldots$

- n 次元？

0 次元 ⋯ 点　1 次元 ⋯ 直線

第 4 章　線形空間

"線形" ＝ "線型" ＝ "linear" ＝ "1 次"

$x = x^1$ $(x^2, x^3, \ldots$ は出てこない$)$ $, y = y^1, z = z^1, \ldots$

- n 次元？

0 次元 $\cdots$ 点　1 次元 $\cdots$ 直線　2 次元

第 4 章　線形空間

“線形” ＝ “線型” ＝ “linear” ＝ “1 次”

$x = x^1$ $(x^2, x^3, \ldots$ は出てこない$)$ $, y = y^1, z = z^1, \ldots$

- n 次元？

0 次元 ⋯ 点　1 次元 ⋯ 直線　2 次元 ⋯ 平面

第 4 章　線形空間

“線形” ＝ “線型” ＝ “linear” ＝ “1 次”

$x = x^1$ $(x^2, x^3, \ldots$ は出てこない$)$ $, y = y^1, z = z^1, \ldots$

- n 次元？

0 次元 ⋯ 点　1 次元 ⋯ 直線　2 次元 ⋯ 平面　3 次元

第 4 章　線形空間

"線形" ＝ "線型" ＝ "linear" ＝ "1 次"

$x = x^1$ $(x^2, x^3, \ldots$ は出てこない$)$ $, y = y^1, z = z^1, \ldots$

- n 次元？

0 次元 ⋯ 点　1 次元 ⋯ 直線　2 次元 ⋯ 平面　3 次元 ⋯ 空間

第 4 章　線形空間

“線形” ＝ “線型” ＝ “linear” ＝ “1 次”

$x = x^1$ $(x^2, x^3, \ldots$ は出てこない$)$ $, y = y^1, z = z^1, \ldots$

- n 次元？

0 次元 $\cdots$ 点　1 次元 $\cdots$ 直線　2 次元 $\cdots$ 平面　3 次元 $\cdots$ 空間

n 次元？

第 4 章　線形空間

"線形" ＝ "線型" ＝ "linear" ＝ "1 次"

$x = x^1$ $(x^2, x^3, \ldots$ は出てこない$)$ $, y = y^1, z = z^1, \ldots$

- n 次元？

0 次元 ⋯ 点　1 次元 ⋯ 直線　2 次元 ⋯ 平面　3 次元 ⋯ 空間

n 次元？

定義 ($\mathbb{R}^n$)

$\mathbb{R}^n := \{(a_1, \ldots, a_n) \mid a_1, \ldots, a_n$ は実数$\}$　<u>n 次元ユークリッド空間</u>

第４章　線形空間

"線形" ＝ "線型" ＝ "linear" ＝ "1 次"

$x = x^1$ $(x^2, x^3, \ldots$ は出てこない$)$ $, y = y^1, z = z^1, \ldots$

- n 次元？

0 次元 ⋯ 点　1 次元 ⋯ 直線　2 次元 ⋯ 平面　3 次元 ⋯ 空間

n 次元？

定義 ($\mathbb{R}^n$)

$\mathbb{R}^n := \{(a_1, \ldots, a_n) \mid a_1, \ldots, a_n$ は実数$\}$　<u>n 次元ユークリッド空間</u>

- $\boxed{X := Y \text{ は } X \text{ を } Y \text{ で定義する　という記号}}$

第 4 章　線形空間

“線形” ＝ “線型” ＝ “linear” ＝ “1 次”

$x = x^1$ ($x^2, x^3, \ldots$ は出てこない) $, y = y^1, z = z^1, \ldots$

- n 次元？

0 次元 ⋯ 点　1 次元 ⋯ 直線　2 次元 ⋯ 平面　3 次元 ⋯ 空間

n 次元？

定義 ($\mathbb{R}^n$)

$\mathbb{R}^n := \{(a_1, \ldots, a_n) \mid a_1, \ldots, a_n$ は実数$\}$　<u>n 次元ユークリッド空間</u>

- $\boxed{X := Y \text{ は } X \text{ を } Y \text{ で定義する　という記号}}$

注意

$\mathbb{R}^n$ は数ベクトル空間ともよばれる.

(a_1, a_2, a_3) で点もベクトルもあらわす.

定義 (同値)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

定義 (同値)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ が <u>同値</u> $\overset{\text{def}}{\iff}$ $u_1 = v_1, \ldots, u_n = v_n$.

定義 (同値)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ が <u>同値</u> $\overset{\text{def}}{\iff} u_1 = v_1, \ldots, u_n = v_n$.

- $\boxed{\text{def} \cdots \text{definition(定義)}}$

定義 (同値)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ が <u>同値</u> $\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ $u_1 = v_1, \ldots, u_n = v_n$.

- $\boxed{\text{def} \cdots \text{definition(定義)}}$

定義 (スカラー倍，和，ゼロ・ベクトル，和に関する逆元，差)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n, k \in \mathbb{R}$.

定義 (同値)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ が <u>同値</u> $\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ $u_1 = v_1, \ldots, u_n = v_n$.

- $\boxed{\text{def} \cdots \text{definition(定義)}}$

定義 (スカラー倍，和，ゼロ・ベクトル，和に関する逆元，差)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n, k \in \mathbb{R}$.

$k\mathbb{u} := (ku_1, \ldots, ku_n)$　<u>スカラー倍</u>

定義 (同値)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ が <u>同値</u> $\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ $u_1 = v_1, \ldots, u_n = v_n$.

- $\boxed{\text{def} \cdots \text{definition(定義)}}$

定義 (スカラー倍，和，ゼロ・ベクトル，和に関する逆元，差)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n, k \in \mathbb{R}$.

$k\mathbb{u} := (ku_1, \ldots, ku_n)$ <u>スカラー倍</u>

$\mathbb{u} + \mathbb{v} := (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n)$ <u>和</u>

定義 (同値)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.
$\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ が <u>同値</u> $\overset{\text{def}}{\iff}$ $u_1 = v_1, \ldots, u_n = v_n$.

- $\boxed{\text{def} \cdots \text{definition(定義)}}$

定義 (スカラー倍，和，ゼロ・ベクトル，和に関する逆元，差)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n, k \in \mathbb{R}$.
$k\mathbb{u} := (ku_1, \ldots, ku_n)$ <u>スカラー倍</u>
$\mathbb{u} + \mathbb{v} := (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n)$ <u>和</u>
$\mathbb{o} := (0, \ldots, 0) \in \mathbb{R}^n$ <u>ゼロ・ベクトル</u>

定義 (同値)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ が <u>同値</u> $\overset{\text{def}}{\iff}$ $u_1 = v_1, \ldots, u_n = v_n$.

- $\boxed{\text{def} \cdots \text{definition(定義)}}$

定義 (スカラー倍，和，ゼロ・ベクトル，和に関する逆元，差)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n, k \in \mathbb{R}$.

$k\mathbb{u} := (ku_1, \ldots, ku_n)$ <u>スカラー倍</u>

$\mathbb{u} + \mathbb{v} := (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n)$ <u>和</u>

$\mathbb{o} := (0, \ldots, 0) \in \mathbb{R}^n$ <u>ゼロ・ベクトル</u>

$-\mathbb{u} := (-u_1, \ldots, -u_n)$ <u>和に関する逆元</u>

定義 (同値)

$\mathbb{u} = (u_1, \dots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \dots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ が <u>同値</u> $\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ $u_1 = v_1, \dots, u_n = v_n$.

- $\boxed{\text{def} \cdots \text{definition(定義)}}$

定義 (スカラー倍，和，ゼロ・ベクトル，和に関する逆元，差)

$\mathbb{u} = (u_1, \dots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \dots, v_n) \in \mathbb{R}^n, k \in \mathbb{R}$.

$k\mathbb{u} := (ku_1, \dots, ku_n)$ <u>スカラー倍</u>

$\mathbb{u} + \mathbb{v} := (u_1 + v_1, \dots, u_n + v_n)$ <u>和</u>

$\mathbb{o} := (0, \dots, 0) \in \mathbb{R}^n$ <u>ゼロ・ベクトル</u>

$-\mathbb{u} := (-u_1, \dots, -u_n)$ <u>和に関する逆元</u>

$\mathbb{u} - \mathbb{v} := \mathbb{u} + (-\mathbb{v}) = (u_1 - v_1, \dots, u_n - v_n)$ <u>差</u>

定理 1 ($\mathbb{R}^n$ の基本性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k, l \in \mathbb{R}$.

定理 1 ($\mathbb{R}^n$ の基本性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k, l \in \mathbb{R}$.

(a) $\mathbb{u} + \mathbb{v} = \mathbb{v} + \mathbb{u}$ (交換法則)

定理 1 ($\mathbb{R}^n$ の基本性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k, l \in \mathbb{R}$.

(a) $\mathbb{u} + \mathbb{v} = \mathbb{v} + \mathbb{u}$ (交換法則)

(b) $\mathbb{u} + (\mathbb{v} + \mathbb{w}) = (\mathbb{u} + \mathbb{v}) + \mathbb{w}$ (結合法則)

定理 1 ($\mathbb{R}^n$ の基本性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k, l \in \mathbb{R}$.

(a) $\mathbb{u} + \mathbb{v} = \mathbb{v} + \mathbb{u}$ (交換法則)

(b) $\mathbb{u} + (\mathbb{v} + \mathbb{w}) = (\mathbb{u} + \mathbb{v}) + \mathbb{w}$ (結合法則)

(c) $\mathbb{u} + \mathbb{o} = \mathbb{o} + \mathbb{u} = \mathbb{u}$ (ゼロ元 $\mathbb{o}$ の存在)

定理 1 ($\mathbb{R}^n$ の基本性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k, l \in \mathbb{R}$.

(a) $\mathbb{u} + \mathbb{v} = \mathbb{v} + \mathbb{u}$ (交換法則)

(b) $\mathbb{u} + (\mathbb{v} + \mathbb{w}) = (\mathbb{u} + \mathbb{v}) + \mathbb{w}$ (結合法則)

(c) $\mathbb{u} + \mathbb{o} = \mathbb{o} + \mathbb{u} = \mathbb{u}$ (ゼロ元 $\mathbb{o}$ の存在)

(d) $\mathbb{u} + (-\mathbb{u}) = \mathbb{o}$ (逆元 $-\mathbb{u}$ の存在)

定理 1 ($\mathbb{R}^n$ の基本性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k, l \in \mathbb{R}$.

(a) $\mathbb{u} + \mathbb{v} = \mathbb{v} + \mathbb{u}$ (交換法則)

(b) $\mathbb{u} + (\mathbb{v} + \mathbb{w}) = (\mathbb{u} + \mathbb{v}) + \mathbb{w}$ (結合法則)

(c) $\mathbb{u} + \mathbb{o} = \mathbb{o} + \mathbb{u} = \mathbb{u}$ (ゼロ元 $\mathbb{o}$ の存在)

(d) $\mathbb{u} + (-\mathbb{u}) = \mathbb{o}$ (逆元 $-\mathbb{u}$ の存在)

(e) $k(l\mathbb{u}) = (kl)\mathbb{u}$

定理 1 ($\mathbb{R}^n$ の基本性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k, l \in \mathbb{R}$.

(a) $\mathbb{u} + \mathbb{v} = \mathbb{v} + \mathbb{u}$ (交換法則)

(b) $\mathbb{u} + (\mathbb{v} + \mathbb{w}) = (\mathbb{u} + \mathbb{v}) + \mathbb{w}$ (結合法則)

(c) $\mathbb{u} + \mathbb{o} = \mathbb{o} + \mathbb{u} = \mathbb{u}$ (ゼロ元 $\mathbb{o}$ の存在)

(d) $\mathbb{u} + (-\mathbb{u}) = \mathbb{o}$ (逆元 $-\mathbb{u}$ の存在)

(e) $k(l\mathbb{u}) = (kl)\mathbb{u}$

(f) $k(\mathbb{u} + \mathbb{v}) = k\mathbb{u} + k\mathbb{v}$ (分配法則 1)

定理 1 ($\mathbb{R}^n$ の基本性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k, l \in \mathbb{R}$.

(a) $\mathbb{u} + \mathbb{v} = \mathbb{v} + \mathbb{u}$ (交換法則)

(b) $\mathbb{u} + (\mathbb{v} + \mathbb{w}) = (\mathbb{u} + \mathbb{v}) + \mathbb{w}$ (結合法則)

(c) $\mathbb{u} + \mathbb{o} = \mathbb{o} + \mathbb{u} = \mathbb{u}$ (ゼロ元 $\mathbb{o}$ の存在)

(d) $\mathbb{u} + (-\mathbb{u}) = \mathbb{o}$ (逆元 $-\mathbb{u}$ の存在)

(e) $k(l\mathbb{u}) = (kl)\mathbb{u}$

(f) $k(\mathbb{u} + \mathbb{v}) = k\mathbb{u} + k\mathbb{v}$ (分配法則 1)

(g) $(k + l)\mathbb{u} = k\mathbb{u} + l\mathbb{u}$ (分配法則 2)

定理 1 ($\mathbb{R}^n$ の基本性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k, l \in \mathbb{R}$.

(a) $\mathbb{u} + \mathbb{v} = \mathbb{v} + \mathbb{u}$ (交換法則)

(b) $\mathbb{u} + (\mathbb{v} + \mathbb{w}) = (\mathbb{u} + \mathbb{v}) + \mathbb{w}$ (結合法則)

(c) $\mathbb{u} + \mathbb{o} = \mathbb{o} + \mathbb{u} = \mathbb{u}$ (ゼロ元 $\mathbb{o}$ の存在)

(d) $\mathbb{u} + (-\mathbb{u}) = \mathbb{o}$ (逆元 $-\mathbb{u}$ の存在)

(e) $k(l\mathbb{u}) = (kl)\mathbb{u}$

(f) $k(\mathbb{u} + \mathbb{v}) = k\mathbb{u} + k\mathbb{v}$ (分配法則 1)

(g) $(k + l)\mathbb{u} = k\mathbb{u} + l\mathbb{u}$ (分配法則 2)

(h) $1 \cdot \mathbb{u} = \mathbb{u}$ (単位元 1 の存在)

定理 1 ($\mathbb{R}^n$ の基本性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k, l \in \mathbb{R}$.

(a) $\mathbb{u} + \mathbb{v} = \mathbb{v} + \mathbb{u}$ (交換法則)

(b) $\mathbb{u} + (\mathbb{v} + \mathbb{w}) = (\mathbb{u} + \mathbb{v}) + \mathbb{w}$ (結合法則)

(c) $\mathbb{u} + \mathbb{o} = \mathbb{o} + \mathbb{u} = \mathbb{u}$ (ゼロ元 $\mathbb{o}$ の存在)

(d) $\mathbb{u} + (-\mathbb{u}) = \mathbb{o}$ (逆元 $-\mathbb{u}$ の存在)

(e) $k(l\mathbb{u}) = (kl)\mathbb{u}$

(f) $k(\mathbb{u} + \mathbb{v}) = k\mathbb{u} + k\mathbb{v}$ (分配法則 1)

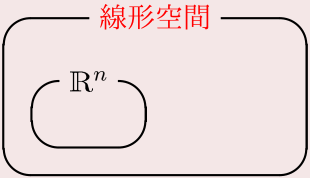
(g) $(k + l)\mathbb{u} = k\mathbb{u} + l\mathbb{u}$ (分配法則 2)

(h) $1 \cdot \mathbb{u} = \mathbb{u}$ (単位元 1 の存在)

注意

$\mathbb{R}^n$ を一般化したものが線形空間

線形空間で成立する定理は $\mathbb{R}^n$ でも成立



定義 ((ユークリッド) 内積)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

定義 ((ユークリッド) 内積)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} := u_1 v_1 + \cdots + u_n v_n$ $\quad$ $\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ の (ユークリッド)<u>内積</u>

定義 ((ユークリッド) 内積)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} := u_1 v_1 + \cdots + u_n v_n$ $\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ の (ユークリッド)<u>内積</u>

注意

$n = 2, 3$ のときは，$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} = ||\mathbb{u}|| \cdot ||\mathbb{v}|| \cdot \cos\theta$ であった．(教 p.123)

定義 ((ユークリッド) 内積)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} := u_1 v_1 + \cdots + u_n v_n$ 　 $\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ の (ユークリッド)<u>内積</u>

注意

$n = 2, 3$ のときは，$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} = ||\mathbb{u}|| \cdot ||\mathbb{v}|| \cdot \cos\theta$ であった．(教 p.123)

- 教 p.152 の例 1 を各自みておく

定義 ((ユークリッド) 内積)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} := u_1 v_1 + \cdots + u_n v_n$ $\quad \mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ の (ユークリッド)内積

注意

$n = 2, 3$ のときは，$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} = ||\mathbb{u}|| \cdot ||\mathbb{v}|| \cdot \cos\theta$ であった．(教 p.123)

- 教 p.152 の例 1 を各自みておく

定理 2(内積の性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k \in \mathbb{R}$.

定義 ((ユークリッド) 内積)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} := u_1 v_1 + \cdots + u_n v_n$ $\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ の (ユークリッド)<u>内積</u>

注意

$n = 2, 3$ のときは，$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} = ||\mathbb{u}|| \cdot ||\mathbb{v}|| \cdot \cos\theta$ であった．(教 p.123)

- 教 p.152 の例 1 を各自みておく

定理 2(内積の性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k \in \mathbb{R}$.

(a) $\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} = \mathbb{v} \bullet \mathbb{u}$

定義 ((ユークリッド) 内積)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} := u_1 v_1 + \cdots + u_n v_n$　$\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ の (ユークリッド)内積

注意

$n = 2, 3$ のときは，$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} = ||\mathbb{u}|| \cdot ||\mathbb{v}|| \cdot \cos\theta$ であった．(教 p.123)

- 教 p.152 の例 1 を各自みておく

定理 2(内積の性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k \in \mathbb{R}$.

(a) $\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} = \mathbb{v} \bullet \mathbb{u}$

(b) $(\mathbb{u} + \mathbb{v}) \bullet \mathbb{w} = \mathbb{u} \bullet \mathbb{w} + \mathbb{v} \bullet \mathbb{w}$

定義 ((ユークリッド) 内積)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} := u_1 v_1 + \cdots + u_n v_n$　$\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ の (ユークリッド)内積

注意

$n = 2, 3$ のときは，$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} = ||\mathbb{u}|| \cdot ||\mathbb{v}|| \cdot \cos\theta$ であった．(教 p.123)

- 教 p.152 の例 1 を各自みておく

定理 2(内積の性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k \in \mathbb{R}$.

(a) $\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} = \mathbb{v} \bullet \mathbb{u}$

(b) $(\mathbb{u} + \mathbb{v}) \bullet \mathbb{w} = \mathbb{u} \bullet \mathbb{w} + \mathbb{v} \bullet \mathbb{w}$

(c) $(k\,\mathbb{u}) \bullet \mathbb{v} = k(\mathbb{u} \bullet \mathbb{v})$

定義 ((ユークリッド) 内積)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} := u_1 v_1 + \cdots + u_n v_n$　　$\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ の (ユークリッド)内積

注意

$n = 2, 3$ のときは，$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} = ||\mathbb{u}|| \cdot ||\mathbb{v}|| \cdot \cos\theta$ であった．(教 p.123)

- 教 p.152 の例 1 を各自みておく

定理 2(内積の性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k \in \mathbb{R}$.

(a) $\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} = \mathbb{v} \bullet \mathbb{u}$

(b) $(\mathbb{u} + \mathbb{v}) \bullet \mathbb{w} = \mathbb{u} \bullet \mathbb{w} + \mathbb{v} \bullet \mathbb{w}$

(c) $(k\,\mathbb{u}) \bullet \mathbb{v} = k(\mathbb{u} \bullet \mathbb{v})$

(d) $\mathbb{v} \bullet \mathbb{v} \geq 0$　等号成立 $\Longleftrightarrow$ $\mathbb{v} = \mathbb{o}$ (ゼロ・ベクトル)

定義 ((ユークリッド) 内積)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} := u_1 v_1 + \cdots + u_n v_n$ 　 $\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ の (ユークリッド)内積

注意

$n = 2, 3$ のときは，$\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} = ||\mathbb{u}|| \cdot ||\mathbb{v}|| \cdot \cos\theta$ であった．(教 p.123)

- 教 p.152 の例 1 を各自みておく

定理 2(内積の性質)

$\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{R}^n$, $k \in \mathbb{R}$.

(a) $\mathbb{u} \bullet \mathbb{v} = \mathbb{v} \bullet \mathbb{u}$

(b) $(\mathbb{u} + \mathbb{v}) \bullet \mathbb{w} = \mathbb{u} \bullet \mathbb{w} + \mathbb{v} \bullet \mathbb{w}$

(c) $(k\,\mathbb{u}) \bullet \mathbb{v} = k(\mathbb{u} \bullet \mathbb{v})$

(d) $\mathbb{v} \bullet \mathbb{v} \geq 0$ 　 等号成立 $\iff$ $\mathbb{v} = \mathbb{o}$ (ゼロ・ベクトル)

- 教 p.153 の例 2 を各自みておく

定義 ((ユークリッド) ノルム，(ユークリッド) 距離)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n.$

定義 ((ユークリッド) ノルム，(ユークリッド) 距離)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$||\mathbb{u}|| := \sqrt{\mathbb{u} \bullet \mathbb{u}} = \sqrt{u_1^2 + \cdots + u_n^2}$ $\mathbb{u}$ の (ユークリッド) ノルム

定義 ((ユークリッド) ノルム，(ユークリッド) 距離)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$||\mathbb{u}|| := \sqrt{\mathbb{u} \bullet \mathbb{u}} = \sqrt{u_1^2 + \cdots + u_n^2}$　$\mathbb{u}$ の <u>(ユークリッド) ノルム</u>

$d(\mathbb{u}, \mathbb{v}) := ||\mathbb{u} - \mathbb{v}|| = \sqrt{(u_1 - v_1)^2 + \cdots + (u_n - v_n)^2}$

$\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ の <u>(ユークリッド) 距離</u>

定義 ((ユークリッド) ノルム, (ユークリッド) 距離)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$||\mathbb{u}|| := \sqrt{\mathbb{u} \bullet \mathbb{u}} = \sqrt{u_1^2 + \cdots + u_n^2}$ $\mathbb{u}$ の (ユークリッド) ノルム

$d(\mathbb{u}, \mathbb{v}) := ||\mathbb{u} - \mathbb{v}|| = \sqrt{(u_1 - v_1)^2 + \cdots + (u_n - v_n)^2}$

$\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ の (ユークリッド) 距離

注意

ベクトル $\mathbb{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ を $\mathbb{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$ とすれば,

定義 ((ユークリッド) ノルム, (ユークリッド) 距離)

$\mathbb{u} = (u_1, \ldots, u_n), \mathbb{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$.

$||\mathbb{u}|| := \sqrt{\mathbb{u} \bullet \mathbb{u}} = \sqrt{u_1^2 + \cdots + u_n^2}$ $\mathbb{u}$ の (ユークリッド) ノルム

$d(\mathbb{u}, \mathbb{v}) := ||\mathbb{u} - \mathbb{v}|| = \sqrt{(u_1 - v_1)^2 + \cdots + (u_n - v_n)^2}$

$\mathbb{u}$ と $\mathbb{v}$ の (ユークリッド) 距離

注意

ベクトル $\mathbb{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ を $\mathbb{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$ とすれば，連立方程式

$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$ は $A\mathbb{x} = \mathbb{b}$ とかけて便利.