線形代数 IIA（第 10 回・2023/5/15）小テスト

在籍番号		氏名	

[1] **(定理 21)** 有限次内積空間 $V \neq \{\mathbb{o}\}$ は正規直交基底をもつ．

この定理は (1) $\boxed{\qquad\qquad}$ の (2) $\boxed{\qquad\qquad}$ 法とよばれる．

[2] **(定理 24)** V を線形空間，$\mathbb{v}_1, \ldots, \mathbb{v}_n$ を V の基底とする．
このとき，任意の $\mathbb{v} \in V$ は $\mathbb{v} = c_1\mathbb{v}_1 + \cdots + c_n\mathbb{v}_n$ の形に一意的に表される．

この定理の証明は，

$\mathbb{v}_1, \ldots, \mathbb{v}_n$ は V の (1) $\boxed{\qquad\qquad}$ より，(2) $V = \boxed{\qquad\qquad} \ni \mathbb{v}$.

また，(3) $\boxed{\qquad\qquad}$ は，$\mathbb{v}_1, \ldots, \mathbb{v}_n$ が (4) $\boxed{\qquad\qquad}$ より，

$$
\begin{aligned}
&\mathbb{v} = c_1\mathbb{v}_1 + \cdots + c_n\mathbb{v}_n = c_1'\mathbb{v}_1 + \cdots + c_n'\mathbb{v}_n \\
&\Rightarrow (c_1 - c_1')\mathbb{v}_1 + \cdots + (c_n - c_n')\mathbb{v}_n = \mathbb{o} \\
&\Rightarrow c_1 = c_1', \ldots, c_n = c_n'
\end{aligned}
$$

としてわかる．

この定理の，$c_1, \ldots, c_n$ を基底 $S = \{\mathbb{v}_1, \ldots, \mathbb{v}_n\}$ に関する $\mathbb{v}$ の**座標**,

$(\mathbb{v})_S := (c_1, \ldots, c_n)$ を基底 $S = \{\mathbb{v}_1, \ldots, \mathbb{v}_n\}$ に関する $\mathbb{v}$ の (5) $\boxed{\qquad\qquad}$,

$[\mathbb{v}]_S := \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$ を基底 $S = \{\mathbb{v}_1, \ldots, \mathbb{v}_n\}$ に関する $\mathbb{v}$ の (6) $\boxed{\qquad\qquad}$ という．

[3] **定理 (基底変換問題の解)** 線形空間 V の基底 $B = \{\mathbb{u}_1, \ldots, \mathbb{u}_n\}$ から $B' = \{\mathbb{u}_1', \ldots, \mathbb{u}_n'\}$ に変換するとき，$\mathbb{v} \in V$ に対して，$[\mathbb{v}]_{B'} = P\,[\mathbb{v}]_B$. 但し，$P = \Big([\mathbb{u}_1]_{B'} \cdots [\mathbb{u}_n]_{B'}\Big)$.

このとき，P を B から B' への $\boxed{\qquad\qquad}$ という．

[4] **(定義)** $A^{-1} = A^t$ なる正方行列 A を $\boxed{\qquad\qquad}$ という．但し，A^t は A の転置行列．