

線形代数IIA (第3回・2023/4/13) 小テスト

在籍番号		氏名	
------	--	----	--

[1] V を線形空間とする. 部分集合 $W \subset V$ が V 上の和とスカラー倍を W に制限して,

線形空間をなすとき, W を V の という.

[2] $W \subset V$: 線形空間とする.

(1) $u, v \in W$ ならば $u + v \in W$ をみたすとき, W は和について という.

(2) $u \in W, k \in \mathbb{R}$ ならば $ku \in W$ をみたすとき, W はスカラー倍について という.

(3) $V, \{0\}$ を 部分空間という.

[3] (定義) V を線形空間とする. $W \subset V$ が V 上の和とスカラー倍を W に制限して線形空間をなすとき, W を V の部分空間という.

次の に ある または ない を入れよ.

$M_{2,2} = M_{2,2}(\mathbb{R})$ を実数を成分とする 2×2 行列の全体とする. $M_{2,2}$ は行列の和とスカラー倍に関して線形空間をなす. このとき,

(1) $W = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mid a \in \mathbb{R} \right\}$ は $M_{2,2}$ の部分空間で .

(2) $W = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & a \\ 0 & b \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$ は $M_{2,2}$ の部分空間で .

(3) $W = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mid a \in \mathbb{R} \right\}$ は $M_{2,2}$ の部分空間で .

(4) $W = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\} \subset \mathbb{R}$ とする. W は通常の和とスカラー倍に関して線形空間でない. しかし, 和 \diamond とスカラー倍 \star をそれぞれ, $x \diamond y := xy$ ($x, y \in V$), $k \star x := x^k$ ($x \in V, k \in \mathbb{R}$) と定義すれば, W は線形空間となる. これらを踏まえると,

\mathbb{R} を通常の和とスカラー倍に関する線形空間としたとき, W は \mathbb{R} の部分空間で .

[4] A を $m \times n$ 行列とする. $W = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = 0\}$ は \mathbb{R}^n の部分空間をなし,

$Ax = 0$ の と呼ばれる.

[5] $v_1 = (1, 1, 1), v_2 = (1, 0, 1), v_3 = (0, 1, 0)$ とする.

このとき, v_1 は v_2, v_3 の1次結合で .