線形代数IIA（第7回・2023/4/27）小テスト

在籍番号		氏名	

[1] (1) **(定義)** $\dim R(A)$ $(= \dim C(A))$ を行列 A の $\boxed{}$ といい, $\mathrm{rank}(A)$ と書く.

例えば，$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

に対して，(2) $\mathrm{rank}(B) = \boxed{}$, (3) $\mathrm{rank}(C) = \boxed{}$ (4) $\mathrm{rank}(D) = \boxed{}$ である.

[2] 連立方程式

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \qquad + x_4 + x_5 = 0 \\ \qquad\qquad x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$ と対応する行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

に対して，(1) $\mathrm{rank}(A) = \boxed{}$ であり，解空間 W の次元は，(2) $\dim W = \boxed{}$.

[3] 連立方程式

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$ と対応する行列 $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

に対して，(1) $\mathrm{rank}(A) = \boxed{}$ であり，解空間 W の次元は，(2) $\dim W = \boxed{}$.

[4] $n \times n$ 行列 A に対して，

A は可逆 (正則)

$\Longleftrightarrow$ A の行ベクトル $\mathbb{r}_1, \ldots, \mathbb{r}_n$ は 1 次独立

$\Longleftrightarrow$ A の列ベクトル $\mathbb{c}_1, \ldots, \mathbb{c}_n$ は 1 次独立

$\Longleftrightarrow$ (1) $\det(A) \neq \boxed{}$

$\Longleftrightarrow$ (2) $\mathrm{rank}(A) = \boxed{}$.