数学基礎 B1（第 6 回・2023/5/19）小テスト

在籍番号		氏名	

[**1**] (1) **(定理)** 全ての $m \times n$ 行列は行基本変形を何回か行って $\boxed{\phantom{\text{0000000}}}$ 行列に変形できる．変形の際，$(1, n_1)$ 成分を 1 とし，これを用いて $(1, n_1)$ 成分の下を全て 0 にする．

(2) このような操作を繰り返して目的の行列を求める方法を $\boxed{\phantom{\text{0000000}}}$ 法という．

(3) **(定義)** 行列 A を行基本変形して (1) における目的の行列にした時の $\boxed{\text{初}\phantom{\text{00}}}$ の数

(階段の数) を (4) A の $\boxed{\phantom{\text{000000}}}$ といい，$\mathrm{rank}(A)$ と表す．例えば，

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

に対して，

(5) $\mathrm{rank}(A) = \boxed{\phantom{\text{000}}}$,

(6) $\mathrm{rank}(B) = \boxed{\phantom{\text{000}}}$,

(7) $\mathrm{rank}(C) = \boxed{\phantom{\text{000}}}$,

(8) $\mathrm{rank}(D) = \boxed{\phantom{\text{000}}}$.

[**2**] 連立 1 次方程式 $$\begin{cases} a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \qquad\vdots \\ a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \qquad \cdots \quad (*)$$

は，行列をもちいて

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \ \mathbb{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \ \mathbb{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$ に対して，$A\mathbb{x} = \mathbb{b}$ と表せる．

行列 A を連立 1 次方程式 $(*)$ の $\boxed{\phantom{\text{0000000}}}$ (1),

A の最後の列に $\mathbb{b}$ を付け加えた $m \times (n+1)$ 行列 $\overline{A} = (A \mid \mathbb{b})$ を $\boxed{\phantom{\text{0000000}}}$ (2) という．