

在籍番号		氏名	
------	--	----	--

学務情報システム内では行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は $[[a,b],[c,d]]$, A^{-1} は A^{-1} と表記する.

[1] 連立 1 次方程式
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \quad \cdots (*)$$

は, 行列をもちいて

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

に対して, $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ と表せる.

行列 A を連立 1 次方程式 (*) の係数行列,
 A の最後の列に \mathbf{b} を付け加えた $m \times (n + 1)$ 行列 $\bar{A} = (A | \mathbf{b})$ を拡大係数行列という.

(定理 2.1) 連立 1 次方程式 (*) が解をもつ $\iff \text{rank}(\bar{A}) =$.

[2] 文字 a を含む連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x + y + 2z = 9 \\ 2x - y + z = 0 \\ 3x + 3z = a \end{cases}$$

を解けば, (1) のとき, 解なし.

(2) のとき, 解は (3)

[3] 連立 1 次方程式

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

と対応する行列 $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

に対して, $\text{rank}(A) =$ (1) であり, 解は (2)

[4] (定理 2.2) $A : n$ 次正方行列. A が正則のとき, (行) 基本変形によって

$$(A | E) \rightarrow \cdots \rightarrow \cdots \rightarrow (E | B) \quad (\text{但し, } E = E_n \text{ は } n \text{ 次単位行列})$$

とすれば, $B =$ (1). 例えば, $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix},$

$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ に対して, $A^{-1} =$ (2), $B^{-1} =$ (3), $C^{-1} =$ (4).