線形代数IIA（第4回・2024/4/18）小テスト

在籍番号		氏名	

[1] 次の $\boxed{\quad\quad}$ に $\boxed{\text{独立}}$ または $\boxed{\text{従属}}$ を入れよ．

(1-1) **(定義)** V を線形空間とする．ベクトル $\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_r \in V$ が1次 $\boxed{\quad\quad}$ であるとは，$k_1, \ldots, k_r \in \mathbb{R}$ に対して

$$k_1\mathbf{v}_1 + \cdots + k_r\mathbf{v}_r = \mathbf{0} \implies k_1 = \cdots = k_r = 0$$

を満たすこと．(1-2) そうでないとき，1次 $\boxed{\quad\quad}$ という．

(2) $\mathbf{v}_1 = (1,0,1),\ \mathbf{v}_2 = (0,1,0),\ \mathbf{v}_3 = (1,1,1) \in \mathbb{R}^3$ とすると，$\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_3$ である．よって，$\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ は1次 $\boxed{\quad\quad}$ であり，$\mathbb{R}^3 \neq \mathrm{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\} = \mathrm{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ となる．

(3) $\mathbf{v}_1 = (1,1,1),\ \mathbf{v}_2 = (1,0,1),\ \mathbf{v}_3 = (1,1,0) \in \mathbb{R}^3$ とすると，

$\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ は1次 $\boxed{\quad\quad}$ であり，$\mathbb{R}^3 = \mathrm{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ となる．

(4) $\mathbf{v}_1 = (1,0,0,0),\ \mathbf{v}_2 = (0,1,0,0),\ \mathbf{v}_3 = (0,0,1,0),\ \mathbf{v}_4 = (0,0,0,1) \in \mathbb{R}^4$ とすると，

$\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$ は1次 $\boxed{\quad\quad}$ であり，$\mathbb{R}^4 = \mathrm{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$ となる．

(5) $\mathbf{v}_1 = (-3,1,1,1),\ \mathbf{v}_2 = (1,-3,1,1),\ \mathbf{v}_3 = (1,1,-3,1),\ \mathbf{v}_4 = (1,1,1,-3) \in \mathbb{R}^4$ とすると，

$\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$ は1次 $\boxed{\quad\quad}$ である．

(6) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \in M_{2,2}(\mathbb{R})$ とすると，

A, B, C は1次 $\boxed{\quad\quad}$ である．

(7) $f_1(x) = 1,\ f_2(x) = x,\ f_3(x) = x^2,\ f_4(x) = x^3 \in \mathbb{R}[x]_3$ とすると，

f_1, f_2, f_3, f_4 は1次 $\boxed{\quad\quad}$ であり，$\mathbb{R}[x]_3 = \mathrm{Span}\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$ となる．

(8-1) $f_1(x) = 1 - x,\ f_2(x) = x - x^2,\ f_3(x) = x^2 - x^3,\ f_4 = 1 - x^3 \in \mathbb{R}[x]_3$ とすると，

f_1, f_2, f_3, f_4 は1次 $\boxed{\quad\quad}$ であるが，(8-2) f_1, f_2, f_3 は1次 $\boxed{\quad\quad}$ となる．