

|      |  |    |  |
|------|--|----|--|
| 在籍番号 |  | 氏名 |  |
|------|--|----|--|

[1] (定理 21) 有限次元内積空間  $V \neq \{0\}$  は正規直交基底をもつ.

この定理は (1)  の (2)  法とよばれる.

[2] (定理 24)  $V$  を線形空間,  $v_1, \dots, v_n$  を  $V$  の基底とする.

このとき, 任意の  $v \in V$  は  $v = c_1 v_1 + \dots + c_n v_n$  の形に一意的に表される.

この定理の証明は,

$v_1, \dots, v_n$  は  $V$  の (1)  より, (2)  $V =$    $\ni v$ .

また, (3)  は,  $v_1, \dots, v_n$  が (4)  より,

$$\begin{aligned} v &= c_1 v_1 + \dots + c_n v_n = c'_1 v_1 + \dots + c'_n v_n \\ \Rightarrow (c_1 - c'_1) v_1 + \dots + (c_n - c'_n) v_n &= 0 \\ \Rightarrow c_1 &= c'_1, \dots, c_n = c'_n \end{aligned}$$

としてわかる.

この定理の,  $c_1, \dots, c_n$  を基底  $S = \{v_1, \dots, v_n\}$  に関する  $v$  の座標,

$(v)_S := (c_1, \dots, c_n)$  を基底  $S = \{v_1, \dots, v_n\}$  に関する  $v$  の (5) ,

$[v]_S := \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$  を基底  $S = \{v_1, \dots, v_n\}$  に関する  $v$  の (6)  という.

[3] 定理 (基底変換問題の解) 線形空間  $V$  の基底  $B = \{u_1, \dots, u_n\}$  から  $B' = \{u'_1, \dots, u'_n\}$  に変換するとき,  $v \in V$  に対して,  $[v]_{B'} = P[v]_B$ . 但し,  $P = \begin{pmatrix} [u_1]_{B'} & \dots & [u_n]_{B'} \end{pmatrix}$ .

このとき,  $P$  を  $B$  から  $B'$  への  という.

[4] (定義)  $A^{-1} = A^t$  なる正方行列  $A$  を  という. 但し,  $A^t$  は  $A$  の転置行列.