

線形代数IIA（第3回・2025/4/17）小テスト

在籍番号		氏名	
------	--	----	--

[1] V を線形空間とする．部分集合 $W \subset V$ が V 上の和とスカラー倍を W に制限して，

線形空間をなすとき， W を V の という．

[2] $W \subset V$: 線形空間とする．

(1) $u, v \in W$ ならば $u + v \in W$ をみたすとき， W は和について という．

(2) $u \in W, k \in \mathbb{R}$ ならば $ku \in W$ をみたすとき， W はスカラー倍について という．

(3) $V, \{0\}$ を 部分空間という．

[3] (定義) V を線形空間とする． $W \subset V$ が V 上の和とスカラー倍を W に制限して線形空間をなすとき， W を V の部分空間という．

次の に ある または ない を入れよ．

$M_{2,2} = M_{2,2}(\mathbb{R})$ を実数を成分とする 2×2 行列の全体とする． $M_{2,2}$ は行列の和とスカラー倍に関して線形空間をなす．このとき，

(1) $W = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mid a \in \mathbb{R} \right\}$ は $M_{2,2}$ の部分空間で ．

(2) $W = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & a \\ 0 & b \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$ は $M_{2,2}$ の部分空間で ．

(3) $W = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mid a \in \mathbb{R} \right\}$ は $M_{2,2}$ の部分空間で ．

(4) $W = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\} \subset \mathbb{R}$ とする． W は通常の和とスカラー倍に関して線形空間でない．しかし，和 $\diamond$ とスカラー倍 $\star$ をそれぞれ， $x \diamond y := xy$ ($x, y \in V$), $k \star x := x^k$ ($x \in V, k \in \mathbb{R}$) と定義すれば， W は線形空間となる．これらを踏まえると，

$\mathbb{R}$ を通常の和とスカラー倍に関する線形空間としたとき， W は $\mathbb{R}$ の部分空間で ．

[4] A を $m \times n$ 行列とする． $W = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = 0\}$ は $\mathbb{R}^n$ の部分空間をなし，

$Ax = 0$ の と呼ばれる．

[5] $v_1 = (1, 1, 1)$, $v_2 = (1, 0, 1)$, $v_3 = (0, 1, 0)$ とする．

このとき， v_1 は v_2, v_3 の1次結合で ．