

線形代数IIA（第7回・2025/5/1）小テスト

在籍番号		氏名	
------	--	----	--

[1] (1) (定義) $\dim R(A) (= \dim C(A))$ を行列 A の といい, $\text{rank}(A)$ と書く.

例えば, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

に対して, (2) $\text{rank}(B) = \text{rank}(C) = \text{rank}(D) =$ である.

[2] 連立方程式

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases} \quad \text{と対応する行列 } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

に対して, (1) $\text{rank}(A) =$ であり, 解空間 W の次元は, (2) $\dim W =$.

[3] 連立方程式

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases} \quad \text{と対応する行列 } A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

に対して, (1) $\text{rank}(A) =$ であり, 解空間 W の次元は, (2) $\dim W =$.

[4] $n \times n$ 行列 A に対して,

A は可逆 (正則)

$\iff A$ の行ベクトル $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n$ は 1 次独立

$\iff A$ の列ベクトル $\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_n$ は 1 次独立

$\iff$ (1) $\det(A) \neq$

$\iff$ (2) $\text{rank}(A) =$.