

数学基礎 B1 (第3回・2025/4/25) 小テスト

在籍番号		氏名	
------	--	----	--

学務情報システム内では行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は $[[a,b],[c,d]]$, A^{-1} は A^{-1} と表記する.

[1] (定義) A を n 次正方行列とする.

(1) $AB = BA = E_n$ なる n 次正方行列 B が存在するとき, A を 行列という.

(2) このとき, この行列 B を行列 A の 行列とよび, (3) と表す.

(4) 例えば,

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \input{width: 100px; height: 30px; type="text"}.$$

[2] n 次正則行列 A, B に対して, A^{-1}, AB も n 次正則行列であり, その逆行列は

(1) $(A^{-1})^{-1} = \input{width: 100px; height: 30px; type="text"},$ (2) $(AB)^{-1} = \input{width: 100px; height: 30px; type="text}$ で与えられる.

[3] $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする. (1) $A^2 = \input{width: 100px; height: 30px; type="text},$ (2) $A^3 = \input{width: 100px; height: 30px; type="text}$ である.

[4] $A = (a_{ij})$ を $m \times n$ 行列とする. $A^T = (a_{ji})$ を A の 行列 (transposed matrix) という.

[5] $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ に対して, \mathbf{x} と \mathbf{y} が直交するための必要十分条件は

$\mathbf{x}^T \mathbf{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = 0$ である. この $\mathbf{x}^T \mathbf{y}$ は \mathbf{x} と \mathbf{y} の内積と呼ばれている.

例えば, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} a \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ と $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} a \\ a \\ 2 \end{pmatrix}$ が直交するのは, $a = \input{width: 100px; height: 30px; type="text}$ のときである.