

在籍番号		氏名	
------	--	----	--

学務情報システム内では行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は $[[a,b],[c,d]]$, A^{-1} は A^{-1} と表記する。

[1] (定義) $A = (a_{i,j})$ を n 次正方行列とする。

A の (i,j) 成分 a_{ij} を中心に第 i 行と第 j 列を取り除いてできる行列を A_{ij} とおく。

このとき, $\tilde{a}_{ij} = (-1)^{i+j}|A_{ij}|$ を行列 A の (i,j) 余因子という。

$|A| = a_{13}\tilde{a}_{13} + \cdots + a_{n3}\tilde{a}_{n3}$ を第 (1) に関する余因子展開という。

$\tilde{A} = (\tilde{a}_{ji}) = (\tilde{a}_{ij})^T$ を行列 A の (2) という。

(定理) n 次正方行列 A の 行列式 $|A|$ を用いれば, A が正則 $\iff$ (3) となる。

A が正則のとき, $\tilde{A}$ を用いて, A の逆行列 A^{-1} は $\frac{1}{|A|}\tilde{A}$ と書ける。

例えば, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ に対して, $|A| = 1$ であるから, $A^{-1} = \tilde{A} =$ (4)。

[2] (定義) $\mathbb{R}^n := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \mid x_i \in \mathbb{R} \ (i = 1, \dots, n) \right\}$ を n 次元 (1) という。

特に, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$ に対して, 内積 $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle :=$ (2)

が定義されているとき, $\mathbb{R}^n$ を $\mathbb{E}^n$ と書き, n 次元 (3) という。

(内積の性質) $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in \mathbb{E}^n, c \in \mathbb{R}$ に対して, 以下が成り立つ:

(i) $\langle \mathbf{x}, \mathbf{x} \rangle \geq 0$. $\langle \mathbf{x}, \mathbf{x} \rangle = 0 \iff \mathbf{x} = \mathbf{0}$; (ii) $\langle \mathbf{x} + \mathbf{y}, \mathbf{z} \rangle =$ (4);

(iii) $\langle c\mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle =$ (5); (iv) $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = \langle \mathbf{y}, \mathbf{x} \rangle$.

(定義) $\mathbf{x} \in \mathbb{E}^n$ に対して, $\mathbf{x}$ の大きさ $\|\mathbf{x}\|$ を $\sqrt{\langle \mathbf{x}, \mathbf{x} \rangle}$ と定める。例えば, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{E}^4$

に対して, $\mathbf{x}$ の大きさは $\|\mathbf{x}\| =$ (6) となる。