

数値解析：第4回レポート課題

担当教員：劉雪峰

1 ガウス消去法

以下の連立一次方程式 $Ax = b$ について、

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & 5 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad b_1 = \begin{pmatrix} 11 \\ -5 \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix}$$

- 1) ガウス消去法によって、 $Ax = b$ の解を計算しなさい。
- 2) A の LU 分解を計算しなさい。消去法の計算途中の作業行列 E_i を明記しなさい。

2 ガウス消去法のプログラム

- 1) サイズが $n \times n$ である行列 A と $n \times 1$ ベクトル b について、 $Ax = b$ の解を求めるガウス消去法のプログラムを書いてください。プログラムに使用する言語は自由にする。
- 2) サイズが $n \times n$ である行列 A の LU 分解のプログラムを書いてください。さらに、 A の LU 分解によって、 $Ax = b$ の計算アルゴリズムを実現しなさい。即ち、 $Ly = b$ 、 $Ux = y$ のような順序で x を求める。開発したコードを検証するために、課題 1 を解いて、計算結果を確認しなさい。
- 3) [オプション] A の LU 分解の計算結果 L と U について、 L の対角以下の部分を元々の行列 A の対角の以下に格納して、 U を A の対角と対角以上の場所に格納すること。例えば、以下の行列 A の LU 分解について、

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1 & 0 \\ 3/2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1/2 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

計算結果 L と U を以下のように元々の行列 A に格納することができる。

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1/2 & -1/2 & 2 \\ 3/2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

「HINT: 作業行列 E_i の計算が終わると、 L の第 i 列も分かる。その時、 A の第 i 列の対角以下の要素を L の第 i 列に更新することができる。」