

数値解析：第8回レポート課題

担当教員：劉雪峰

今回のレポートを3時間以内に完成せよ！

1 Hermite 補間関数

以下の条件を満たす f の Hermite 補間関数 $p(x)$ を求めよ。

$$f(0) = 0, f(1) = 0, f^{(1)}(0) = 1, f^{(1)}(1) = -10.$$

関数 $p(x)$ の図を描画しなさい。

2 数値微分

- 以下の数値微分の3点公式を証明しなさい。

$$a) f^{(1)}(x_0) = \frac{1}{2h} (-3f(x_0) + 4f(x_0 + h) - f(x_0 + 2h)) + \frac{h^2}{3} f^{(3)}(\xi_0) \quad (\xi_0 \text{ は } x_0 \text{ と } x_0 + 2h \text{ の間にある})$$

$$b) f^{(1)}(x_0) = \frac{1}{2h} (f(x_0 + h) - f(x_0 - h)) - \frac{h^2}{6} f^{(3)}(\xi_1) \quad (\xi_1 \text{ は } x_0 - h \text{ と } x_0 + h \text{ の間にある})$$

- 上記の2つ公式を利用して、 $f(x) = \sin(x)$ が $x = 0$ の時の近似微分を計算しなさい。図または表を利用して数値微分の誤差を検討しなさい。 h は $h = 1/2, 1/4, 1/8, 1/16$ とすること。

図を描く場合、横軸を $\log_2(h)$ 、縦軸を数値微分の誤差とするのはお勧め（横軸を $\log_2(h)$ とする理由を考えなさい）。表を使う場合、以下のように計算結果のまとめは検討方法の1つである。

表1 数値微分の3点公式の誤差解析

h	1/2	1/4	1/8	1/16
公式 a)				
公式 b)				