

GAUSS と数学

“1796 年 3 月 30 日の朝, 18 歳の青年ガウスが目ざめて臥床から起き出ようとする刹那に正 17 角形の作図法に思いついた。”

この記念すべき出来事が「ガウス日記」の第一項として次のように記されている。

「正多角形の中で三角形, 五角形, 十五角形および辺数を次々に 2 倍して生ずるものの作図が可能であることは幾何学の初歩を学んだものは誰でも知っていることで, そこまでは既にユークリッドの時代に出来ていたのであるが, その後は初等幾何学ではそれ以上には出来ないことと一般に信ぜられていたように見える。少なくとも予はこの方面において更に一步進める試みの成功したことを聞かないのである。

この故に, 今上記の正多角形の外になお多くのもの, 例えば 17 角形などの作図が可能であることの発見は注意に値するものと考え次第である。この発見は実は一層広汎なる或る理論の系題に過ぎないのであるが, その理論はなお少しく未完成の所があるから完成の上で速やかに発表するであろう。」

C. F. Gauss ブラウンシュウィヒ出身, ゲッティンゲン大学数学学生 [1]

[I] ガウス略伝

- 1777. 4. 30 Braunschweig (ドイツ) に生まれる。
- 1787 頃, 1 から 100 までの和をもとめる問の話。
- 1792 カロリン高等学校に入学
- 1792 – 1793 素数の分布についての発見
“ n 以下の素数の個数はおよそ $n/\log n$ ”

- 1795 Göttingen 大学に入学

- 1796 正 17 角形の作図法の発見

$$\cos \frac{2\pi}{17} = -\frac{1}{16} + \frac{1}{16}\sqrt{17} + \frac{1}{16}\sqrt{34 - 2\sqrt{17}} \\ + \frac{1}{8}\sqrt{17 + 3\sqrt{17} - \sqrt{34 - 2\sqrt{17}} - 2\sqrt{34 + 2\sqrt{17}}}$$

- 1799 「代数学の基本定理」を証明, Helmstedt 大学で博士号取得

- 1800 –1835 非ユークリッド幾何学（ガウス，ボヤイ，ロバチェフスキー）
- 1801 「整数論考究」を出版， ケレスの軌道の決定
- 1807 Göttingen 大学教授兼天文台長
- 1809 天体運動論を発表， 最小自乗法
- 1827 曲面論（曲率半径の概念）
- 1833 電磁気学とトポロジー
- 1855 Göttingen にて没（享年 78）

[II] 語録

- もし他の人々が，わたしがしたと同じように深く，たえず数学的真理に没入していたならば，かれらはわたしのなした発見を自分たちでなしとげたでしょう。[2]
- 少なくとも予に於いては高等整数論の研究は今もこの後も数学中最上のもので，如何ほど美しい天文学上の発見でも高等整数論が与える喜びに比べれば言うに足りないのである。[1]
- ガウスは無意識に数学的観念に心をうばわれていたという。彼はやりとげるまで意識的に全精力を難問の解決に集中できた。…しばしば数日間あるいは数週間も無益にある研究をつづけたあげく，眠れない夜の明けた後，突然暗雲が切り開かれ，全解決が念頭に浮かんだことも再三である。烈しくそして永続的に注意を集中し得る能力は，彼の秘密の一部であった。[2]

[III] 詳細

(a) 素数分布の状態

n	$n/\log n$ (切り捨て)	素数の数	誤差 (%)
10^2	21	25	16
10^3	144	168	14
10^4	1085	1229	12
10^5	8685	9593	9
10^6	72382	78499	8
10^7	620420	664579	7
10^8	434294493	455052512	5

(b). 正 n 角形が作図できる必要十分条件は $n = 2^r p_1 \cdots p_s$ ($r = 0, 1, 2, \dots$) で, $p_1, \dots, p_s$ は互いに異なる奇素数で, 各 p_i は $1 + 2^{e_i}$ (e_i は自然数) の形をしていることである。

(c). 角の n 等分が作図できる必要十分条件は $n = 2^e$ と表されることである。

参考文献

- [1] 高木貞治, “近世数学史談” 共立全書 183 あるいは岩波文庫 青 939-1
- [2] ハッル, 数学のアイデア (甦るガウスの夢) 東京図書