

数と図形の不思議体験への旅

復習と練習

1. フィボナッチ数列はどのような数の並びか？
2. 黄金比の定義をキチンと述べてみよう。
3. $\sqrt{6}$ は無理数であることを証明せよ。
4. 二等辺三角形で等しい辺と残りの辺の長さの比が $\phi : 1$ の三角形は黄金三角形であることを証明せよ。

ギリシャ3大不可能問題

1. 与えられた立方体の2倍の体積を持つ立方体の1辺を作図すること。
2. 任意に角度が与えられたとき、その角度を3等分を作図すること。
3. 円が与えられたとき、それと同じ面積を持つ正方形を作図すること。

これに関して青年ガウスの次のような有名な逸話がある。（「近世数学史談」、高木貞治著、岩波文庫青939）

正17角形の作図

“1796年3月30日の朝、18歳の青年ガウスが目ざめて臥床から起き出ようとする刹那に正17角形の作図法に思いついた。”

この記念すべき出来事が「ガウス日記」の第一項として次のように記されている。

「正多角形の中で三角形、五角形、十五角形および辺数を次々に2倍して生ずるものの作図が可能であることは幾何学の初歩を学んだものは誰でも知っていることで、そこまでは既にユークリッドの時代に出来ていたのであるが、その後は初等幾何学ではそれ以上には出来ないことと一般に信ぜられていたように見える。少なくとも予はこの方面において更に一歩進める試みの成功したことを聞かないのである。この故に、今上記の正多角形の外になお多くのもの、例えば17角形などの作図が可能であることの発見は注意に値するものとする次第である。この発見は実は一層広汎なる或る理論の系題に過ぎないのであるが、その理論はなお少しく未完成の所があるから完成の上で速やかに発表するであろう。」

C. F. Gauss ブラウンシュウィヒ出身、ゲッチンゲン大学数学学生

予習問題

1. $\sqrt{2}$ は2乗すると2になる数である。そのことだけを用いて $\sqrt{2}$ の値を少数2位まで求めるにはどのようにしたらよいか考えてみよう（3位以下切り捨て）。（うまい方法が見つかった人は当日発表して下さい）
2. $\sqrt[3]{2}$ は3乗すると2になる数である。このような数を小数点以下1位まで求めてみよう（2位以下切り捨て）。
3. $\sqrt[3]{2}$ は無理数であることを証明せよ。