

代数系 I 小テスト 問題  
2009.06.08. 実施 (吉原)

□1 以下の各問いに答えよ。

- (1)  $R = \mathbb{Z}/36\mathbb{Z}$  の可逆元 (=単元)、零因子、べき零元をすべて求めよ。
- (2)  $25^{12}$  を 36 で割った余りを求めよ。

□2 集合  $R = \mathbb{Z} + \mathbb{Z}\omega = \{ m + n\omega \mid m, n \in \mathbb{Z} \}$  に関して、以下の問いに答えよ。ただし、 $\omega$  は  $x^2 + x + 1 = 0$  の根の一つである。

- (1)  $R$  は環になることを示せ。
- (2)  $R$  の単元をすべて求めよ。
- (3)  $R$  の自明でないイデアルの例をあげ、それがイデアルになっていることを示せ。