線形代数 IIA（第 10 回・2026/5/18）小テスト

在籍番号		氏名	

[1] **(定理 21)** 有限次内積空間 $V \neq \{\mathbb{o}\}$ は正規直交基底をもつ.

この定理は (1) [　　] の (2) [　　] 法とよばれる.

[2] **(定理 24)** V を線形空間，$\mathbb{v}_1, \ldots, \mathbb{v}_n$ を V の基底とする.
このとき，任意の $\mathbb{v} \in V$ は $\mathbb{v} = c_1\mathbb{v}_1 + \cdots + c_n\mathbb{v}_n$ の形に一意的に表される.

この定理の証明は,

$\mathbb{v}_1, \ldots, \mathbb{v}_n$ は V の (1) [　　] より，(2) $V =$ [　　] $\ni \mathbb{v}$.

また，(3) [　　] は，$\mathbb{v}_1, \ldots, \mathbb{v}_n$ が (4) [　　] より,

$$\mathbb{v} = c_1\mathbb{v}_1 + \cdots + c_n\mathbb{v}_n = c_1'\mathbb{v}_1 + \cdots + c_n'\mathbb{v}_n$$
$$\Rightarrow (c_1 - c_1')\mathbb{v}_1 + \cdots + (c_n - c_n')\mathbb{v}_n = \mathbb{o}$$
$$\Rightarrow c_1 = c_1', \ldots, c_n = c_n'$$

としてわかる.

この定理の，$c_1, \ldots, c_n$ を基底 $S = \{\mathbb{v}_1, \ldots, \mathbb{v}_n\}$ に関する $\mathbb{v}$ の**座標**,

$(\mathbb{v})_S := (c_1, \ldots, c_n)$ を基底 $S = \{\mathbb{v}_1, \ldots, \mathbb{v}_n\}$ に関する $\mathbb{v}$ の (5) [　　],

$[\mathbb{v}]_S := \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$ を基底 $S = \{\mathbb{v}_1, \ldots, \mathbb{v}_n\}$ に関する $\mathbb{v}$ の (6) [　　] という.

[3] **定理 (基底変換問題の解)** 線形空間 V の基底 $B = \{\mathbb{u}_1, \ldots, \mathbb{u}_n\}$ から $B' = \{\mathbb{u}_1', \ldots, \mathbb{u}_n'\}$ に変換するとき，$\mathbb{v} \in V$ に対して，$[\mathbb{v}]_{B'} = P[\mathbb{v}]_B$. 但し，$P = \Big([\mathbb{u}_1]_{B'} \cdots [\mathbb{u}_n]_{B'}\Big)$.

このとき，P を B から B' への [　　] という.

[4] **(定義)** $A^{-1} = A^t$ なる正方行列 A を [　　] という．但し，A^t は A の転置行列.