線形代数 IIA（第 4 回・2026/4/20）小テスト

在籍番号		氏名	

[1] 次の［　　］に［独立］または［従属］を入れよ．

(1-1) **(定義)** V を線形空間とする．ベクトル $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_r \in V$ が 1 次［　　］であるとは，

$k_1, \dots, k_r \in \mathbb{R}$ に対して

$$k_1\mathbf{v}_1 + \cdots + k_r\mathbf{v}_r = \mathbf{0} \implies k_1 = \cdots = k_r = 0$$

を満たすこと．(1-2) そうでないとき，1 次［　　］という．

(2) $\mathbf{v}_1 = (1,0,1)$, $\mathbf{v}_2 = (0,1,0)$, $\mathbf{v}_3 = (1,1,1) \in \mathbb{R}^3$ とすると，$\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_3$ である．よって，

$\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ は 1 次［　　］であり，$\mathbb{R}^3 \neq \mathrm{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\} = \mathrm{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ となる．

(3) $\mathbf{v}_1 = (1,1,1)$, $\mathbf{v}_2 = (1,0,1)$, $\mathbf{v}_3 = (1,1,0) \in \mathbb{R}^3$ とすると，

$\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ は 1 次［　　］であり，$\mathbb{R}^3 = \mathrm{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ となる．

(4) $\mathbf{v}_1 = (1,0,0,0)$, $\mathbf{v}_2 = (0,1,0,0)$, $\mathbf{v}_3 = (0,0,1,0)$, $\mathbf{v}_4 = (0,0,0,1) \in \mathbb{R}^4$ とすると，

$\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$ は 1 次［　　］であり，$\mathbb{R}^4 = \mathrm{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$ となる．

(5) $\mathbf{v}_1 = (-3,1,1,1)$, $\mathbf{v}_2 = (1,-3,1,1)$, $\mathbf{v}_3 = (1,1,-3,1)$, $\mathbf{v}_4 = (1,1,1,-3) \in \mathbb{R}^4$ とすると，

$\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$ は 1 次［　　］である．

(6) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \in M_{2,2}(\mathbb{R})$ とすると，

A, B, C は 1 次［　　］である．

(7) $f_1(x) = 1$, $f_2(x) = x$, $f_3(x) = x^2$, $f_4(x) = x^3 \in \mathbb{R}[x]_3$ とすると，

f_1, f_2, f_3, f_4 は 1 次［　　］であり，$\mathbb{R}[x]_3 = \mathrm{Span}\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$ となる．

(8-1) $f_1(x) = 1 - x$, $f_2(x) = x - x^2$, $f_3(x) = x^2 - x^3$, $f_4 = 1 - x^3 \in \mathbb{R}[x]_3$ とすると，

f_1, f_2, f_3, f_4 は 1 次［　　］であるが，(8-2) f_1, f_2, f_3 は 1 次［　　］となる．