数学基礎 B1（第 6 回・2026/5/22）小テスト

在籍番号		氏名	

[1] (1) **(定理)** 全ての $m \times n$ 行列は行基本変形を何回か行って [　　] **行列**に

変形できる．変形の際，$(1, n_1)$ 成分を 1 とし，これを用いて $(1, n_1)$ 成分の下を全て 0 にする．

(2) このような操作を繰り返して目的の行列を求める方法を [　　] **法**という．

(3) **(定義)** 行列 A を行基本変形して (1) における目的の行列にした時の [**初**　　] の数

(階段の数) を (4) A の [　　] といい，$\mathrm{rank}(A)$ と表す．例えば，

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix},\ D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

に対して，

(5) $\mathrm{rank}(A) =$ [　　]，

(6) $\mathrm{rank}(B) =$ [　　]，

(7) $\mathrm{rank}(C) =$ [　　]，

(8) $\mathrm{rank}(D) =$ [　　]．

[2] 連立 1 次方程式
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \cdots\ (*) \\ a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

は，行列をもちいて

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix},\ \mathbb{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix},\ \mathbb{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$ に対して，$A\mathbb{x} = \mathbb{b}$ と表せる．

行列 A を連立 1 次方程式 $(*)$ の [　　] (1)，

A の最後の列に $\mathbb{b}$ を付け加えた $m \times (n+1)$ 行列 $\overline{A} = (A \mid \mathbb{b})$ を [　　] (2) という．